1. Ekonometrikanın obyekti, predmeti və məqsədi. Əsas anlayışlar və tərifl ər

Ekonometrika – mürəkkəb, dinamik, stoxastik iqtisadi-kibernetik sistemlərin optimal davranışı və inkişafı strategiyalarının qurulması ilə məşğul olur.

Fənnin obyekti – mürəkkəb, dinamik təbiətli iqtisadi obyektlər və proseslərdir.

Fənnin predmeti – iqtisadi sistemlər və bu sistemləri formalaşdıran elementlər arasında obyektiv olaraq mövcud olan kəmiyyət asılılıqlarıdır.

Fənnin məqsədi – iqtisadi sistemlərin optimal idarə edilməsi strategiyalarının qurulmasının nəzəri-metodoloji və praktik aspektlərini müəyyən etməkdir.

Ekonometrikanın predmetinə bu cür yanaşma iqtisadi sistemlərin tədqiqinin başqa bir vacib istiqamətin – optimal idarəetmə strategiyalarının qurulmasını əhatə etmir. Odur ki, biz ekonometrikaya daha geniş məzmunda yanaşaraq belə hesab etməliyik ki, iqtisadi sistemlərin qarşıya qoyulmuş məqsəd baxımından ən yaxşı (optimal) davranış strategiyalarının seçilməsini təmin edən optimallaşdırma üsulları da Ekonometrikanın tədqiqat müstəvisinə daxildir.

Ekonometrikanın əsas vəzifələrinə aşağıdakıları aid etmək olar:

• Ekonometrik modellərin qurulması, yəni iqtisadi modellərin riyazi formada təsviri. Bu problemə çox vaxt spesifikasiya da deyilir

• Qurulmuş modelin parametrlərinin qiymətləndirilməsi və bununla da onun real məlumatlara adekvatlığının təmin edilməsi. Bu mərhələyə parametrləşdirmə mərhələsi deyilir.

• Modelin tapılmış parametrlərinin və bütövlükdə modelim özünün keyfiyyətinin yoxlanması. Bu mərhələyə verifikasiya mərhələsi deyilir.

2. Ekonometrik təhlilin aparılması və ekonometrik modelin qurulması mərhələləri

Öyrənilən proseslərin mexanizmlərini və qarşılıqlı əlaqələrini aşkar etməklə, ekonometrik modellər onların səbəbləri haqqında məsələni həll etmirlər. Lakin ekonometrika ümumi iqtisadi təhlilin ən səmərəli və etibarlı vasitələrindən biri- dir və bu da kəmiyyət təhlilinin vacib olduğu bütün vəziyyətlərdə, onun praktiki tətbiqinin sadə olması və geniş yayılması ilə izah olunur. Bütövlüklə iqtisadi təhlil prosesini aşağıdakı mərhələlərə bölmək olar:

1) iqtisadi nəzəriyyə əsasında riyazi modelin seçilməsi;

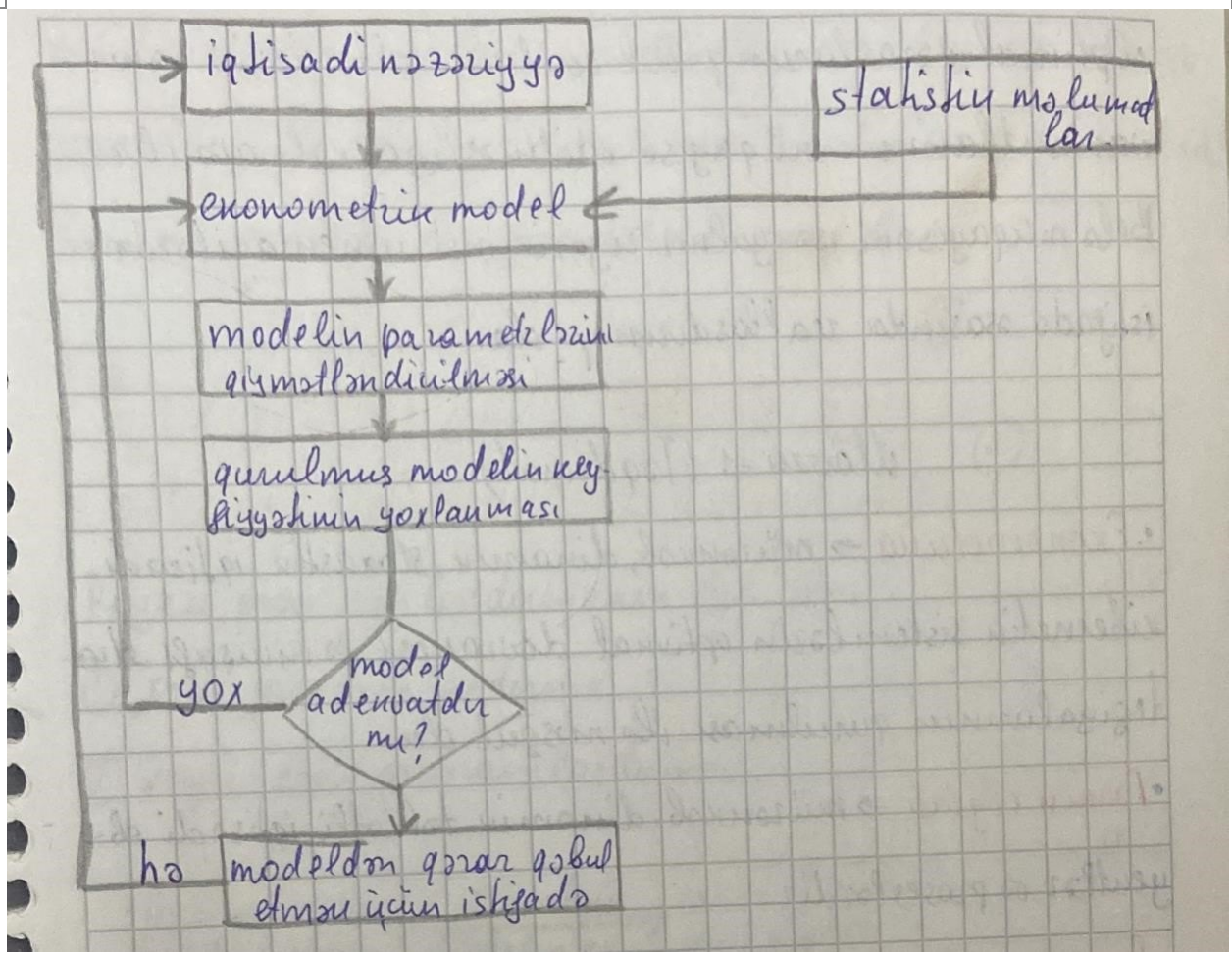
2) verilmiş statistik məlumatlar bazasında modelin parametrlərinin qiymətləndirilməsi ;

3) qurulmuş modelin keyfiyyətinin yoxlanması;

4) əgər modelin keyfiyyəti kafidirsə, onda 5) bəndinə keçməli; əgər modelin keyfiyyəti qeyri-kafidirsə, onda 1) bəndinə qayıtmalı;

5) iqtisadi vəziyyətin izahı və proqnozlaşdırma üçün modeldən istifadə olunması.

Gətirilmiş sxem müasir ekonometrik tədqiqatların dövrü xarakterini əks etdirir: iqtisadi nəzəriyyədən modelləşdirməyə doğru; modelləşdirmədən nəzəriyyənin təkmilləşdirilməsi və daha əsaslandırılmış və qabaqcadan deyilə bilən iqtisadi siyasətin aparılmasına doğru. Tətbiqi proqram paketlərinin inkişafı ekono- metrikanı bütövlüklə iqtisadi tədqiqatların əsas mərhələ- lərindən biri etmişdir.



Ekonometrika iqtisadi nəzəriyyənin keyfiyyət tərəflərini saxlamaqla, əsas diqqəti iqtisadi proseslərin kəmiyyət parametrlərinin tədqiqinə yönəldir. Ekonometrikanın ilkin məsələsi iqtisadi məlumatların riyazi şəkildə emalı üçün əyani və əlverişli yığılmasından, emalından və göstərilməsindən (cədvəl, qrafik, diaqramlar şəkilində) ibarətdir. Növbəti addım riyazi modellərin qurulması və təhlili üçün məlumatlardan istifadə olunmasıdır. Burada əsas diqqət real mövcud olan iqtisadi vəziyyəti ən yaxşı şəkildə təsvir etməyə imkan verən modelin seçilməsi və onun parametrlərinin təyin edilməsinə yönəldilir. Modelin seçilməsi spesifikasiya mərhələsi, seçilmiş modelin ədədi xarakteristikalarının təyini – parametrləşdirmə mərhələsi adlanır. Bu iki mərhələ iqtisadi təhlilin kifayət qədər əməktutumlu və ən yaradıcı hissəsidir. Çox zaman mükəmməl model seçmək olmur və bir neçə rəqib variantlar arasında seçim etmək lazım gəlir, ümumi model bir neçə hissələrə bölünür ki, onlardan hər biri üçün öz ədədi parametrləri seçilirlər. Beləliklə, modelin şəklinin seçilməsi sonrakı təhlil üçün mühüm dayaq nöqtəsi olur. Qeyd edək ki, istənilən model reallığın sadələşdirilməsidir və müəyyən xətaya malikdir. Buna görə də bütün baxılan modellərdən müvafiq statistik təhlilin köməkliyi ilə elə model seçilir ki, empirik məlumatlara, iqtisadi nəzəriyyəyə, həmçinin asılılığın xarakterinə daha çox dərəcədə uyğun olur. Ən yaxşı modelin seçilməsi, onun ümumi keyfiyyətinin təyini, həmçinin onun ayrı-ayrı parametrlərinin keyfiyyətlərinin yoxlanması verifikasiya mərhələsi adlanır. Bu mərhələdə model üçün yalnız ən yaxşı düstur yox, həmçinin verilmiş konkret şəraitdə elə mühüm amillərin tərkibi dəqiqləşdirilir ki, onların modelə daxil edilməsi məqsədə uyğundur.Əgər model tədqiqatçının seçdiyi keyfiyyət standartlarını ödəyirsə, o təyin edilmiş iqtisadi vəziyyətin təhlilini aparmaq, həmçinin onun sonrakı inkişaf proqnozu üçün məsləhət görülür.

3. Məlumatların növləri. Dəyişənlərin təsnifatı

Düşünün ki, yemək bişirmək istəyirsiniz və hansı yeməyi bişirəcəyinizə qərar vermisiniz. Bu zaman əsas sual ortaya çıxır: həmin yeməyi bişirmək üçün lazım olan məhsullar sizdə varmı və dadlı yemək bişirmək üçün kifayət qədər keyfiyyətlidirmi? Əslində ekonometrik modelləşdirmə prosesi də yemək bişirmək kimidir. Nə bişirəcəyinizə qərar verirsiniz (nəzəriyyə və hipotezinizi

müəyyən edirsiniz) və sizə hansı məhsulların lazım olduğunu da bilirsiniz (modelin riyazi və ekonometrik spesifikasiyası hazırdır). Növbəti mərhələ sizə lazım olan strukturda keyfiyyətli verilənlər bazasının formalaşdırılmasıdır. Ekonometrik model qiymətləndirilərkən əldə olunan bütün nəticələr verilənlər bazası əsasında formalaşır. Buna görə də keyfiyyətli və etibarlı verilənlər bazasına malik olmaq ekonometrik analiz üçün ən vacib məsələlərdən biridir. Bu bölmədə empirik analizdə istifadə olunan verilənlər haqqında danışacağıq.

2.1. Verilənlərin növləri

Verilənlərin növləri haqqında danışmazdan əvvəl "yemək bişirmək" məsələsinə bir daha qayıdaq. Bişirmək istədiyiniz yeməyin xüsusiyyətindən asılı olaraq "fərqli növ qazan və ya tavaya" ehtiyac duyulur. Ekonometrikada da nəzərdə tutulan empirik analizin xüsusiyyətindən asılı olaraq verilənlər bazasının strukturu müxtəlif olur. Bəzən hər hansı bir vaxtda çoxsaylı obyektdən əldə olunan verilənlər bazası əsasında təhlil aparmaq istəyə bilərik. Başqa tədqiqatlarda isə bir obyektin uzun müddət ərzində sabit tezlikdə müşahidəsindən əldə olunan verilənlərin istifadəsi uyğun görülür. Bəzi tədqiqatçılar isə ekonometrik modelin qiymətləndirilməsi üçün çoxsaylı obyektin uzun zaman ərzində müşahidəsindən əldə olunan verilənlərin istifadəsini daha məqsədəuyğun hesab edə bilər.

Tədqiqatın məqsədi və hədəf kütləsində müxtəliflik verilənlərin struktur baxımından 4 kateqoriyada qruplaşdırılmasına səbəb olmuşdur:

- Kəsilən verilənlər (cross-sectional data)
- Zaman sıralı verilənlər (time-series data)
- Hovuz verilənlər (pool data)
- Panel verilənlər (panel data)

İndi isə verilənlərin növlərini nümunə üzərindən izah edək.

Kəsilən verilənlər

Kəsilən verilənlər eyni zamanda fərqli obyektlərdən toplanan verilənlərdir. Statistik göstəricilər hər hansı götürülən bir zamanda, yəni zaman perioduna görə dəyişiklik olmadan toplanılır. Fərqli analiz obyektləri dedikdə insanlar, müəssisələr, təşkilatlar, regionlar, ölkələr və s. nəzərdə tutulur. Əsas xüsusiyyəti hər hansı bir zamanda (bir ay, 3 ay, 1 il, 5 il və s), zamana görə fərqləndirmə edilmədən çoxsaylı obyekt barədə verilənlərin vahid strukturda yığılmasıdır.

Zaman sıralı verilənlər

Zaman sıralı verilənlər bir obyekt barədə fərqli vaxtlarda sabit tezlikdə ölçülən müşahidələr çoxluğudur. Bu verilənlər növündə dəyişənlər zaman tezliyinə (aylıq, rüblük, illik və s.) müvafiq olaraq fərqli qiymətlər alır. Burada analiz üçün ancaq bir obyekt götürülür və statistik göstəricilər zamana görə dəyişir (bax cədvəl 2.3).

Hovuz verilənlər (pool data)

Hovuz verilənlərdə müxtəlif vaxtlarda çoxsaylı obyekt barədə məlumatların yığıldığı verilənlər strukturudur. Göründüyü kimi, verilənlərin bu növü həm kəsilən verilənlərin, həm də müəyyən qədər zaman sıralı verilənlərin xüsusiyyətlərini özündə əks etdirir. Lakin, burada fərqli vaxtlarda yığılan məlumatlar zamanı eyni obyektlərin seçilməsi və zaman tezliyinin sabit olması mütləq deyil

Panel verilənlər

Panel verilənlər də müxtəlif vaxtlarda çoxsaylı obyekt barədə məlumatların yığıldığı verilənlər

strukturudur. Bu baxımdan panel verilənləri pool verilənlərin xüsusi forması hesab etmək olar. Hovuz verilənlərdən fərqli olaraq panel verilənlərdə məlumatların sabit tezlikdə (zaman sıralı verilənlərdə olduğu kimi) toplanılması və analiz olunan dövr ərzində eyni obyektlər barədə məlumatların yığılması məcburiyyəti var.

Qiymətin formalaşma prosesi hər hansı bir səbəbdən bizi maraqlandıran dəyişəni Y işarə edəcəyik(nəticə əlaməti) və ona asılı və ya izaholunan dəyişən deyəcəyik.

Y dəyişəninə təsir edən dəyişəni Xj işarə edəcəyik (amil əlaməti) və ona asılı olmayan və ya izahedən dəyişən deyəcəyik.

Bizim model çərçivəsində qiymətləri izah olunan dəyişənlər endogen dəyişən adlanır.

Bizim model çərçivəsində izah olunmayan, model üçün xarici olan, formalaşması barəsində heç bir məlumatımız olmayan dəyişənlərə ekzogen dəyişən deyillər.

4. Ehtimal nəzəriyyəsinin baza anlayışları

Ehtimallı eksperiment dedikdə nəticələrini əvvəlcədən söyləmək mümkün olmayan eksperiment başa düşülür. İqtisadiyyatda hər bir fəaliyyət məhz ehtimallı eksperimentdir.

Hadisə dedikdə hər hansı bir ehtimallı eksperimnetin istənilən nəticəsi və nəticələri məcmuyu başa düşülür.

Verilmiş eksperiment çərçivəsində baş verə və ya baş verməyə bilən hadisəyə təsadüfi hadisə deyilir.

Daha sadə hadisələrə ayrılışı mümkün olmayan hadisəyə elementar hadisə deyilir. Bir neçə elementar hadisə şəklində təsvir oluna bilən hadisəyə isə mürəkkəb hadisə deyəcəyik.

Hadisənin ehtimalı –hadisələrin baş verməsi imkanlarına görə onların müqayisəsi üçün istifadə olunan kəmiyyət ölçüsüdür.

Ehtimalın klassik tərifi aşağıdakı kimidir:

A hadisəsinin P(A) ehtimalı dedikdə - bu hadisənin baş verməsinə şərait yaradan elementar hadisələrin m sayının həmin ehtimallı eksperiment çərçivəsində baş

verə biləcək bütün n elemantar hadisələrin sayına nisbəti başa düşülür:

P(A)=

1.

2. Yəqin hadisənin ehtimalı 1-ə bərabərdir: P(A)=1

3. Qeyri mümkün hadisənin ehtimalı sıfıra bərabərdir: P(A)=0

X diskret TK-in cədvəl formada verilişində cədvəlin birinci sətirində onun mümkün qiymətləri ($x_1, x_2 ..., x_n$), ikinci sətirdə isə onların ehtimalları ($P_1, P_2 ..., P_n$)əks olunur.

5. Diskret və Kəsilməz təsadüfi kəmiyyətlər

Qabaqcadan məlum olmayan və təsadüfi vəziyyətlərdən asılı olan, müşahidə nəticəsində bu və ya digər qiymət alan kəmiyyət təsadüfi kəmiyyət (TK) adlanır. ÜMM həcmi, reallaşdırılmış məhsulun miqdarı, firmanın mənfəəti, il ərzində xalis ixracın həcmi və s. təsadüfi kəmiyyətlərdir. Diskret və kəsilməz TK fərqləndirilirlər. Müəyyən ehtimallarla ayrı-ayrı, təcrid olunmuş qiymətlər alan TK diskret adlanır (belə TK hesabi sayda qiymətlərə malikdir). Sonlu yaxud sonsuz ədədi parçada istənilən qiyməti ala bilən TK kəsilməz adlanır (yəni kəsilməz TK mümkün qiymətləri çoxluğu saysızdır). Məsələn, hesab etmək olar ki, gün ərzində mağazada olmuş alıcıların sayı, verilmiş emalatxanada həftəlik təmir edilən avtomobillərin sayı, hava limanında olan təyyarələrin sayı diskret TK. Lakin iqtisadiyyatda baxılan TK çoxu o qədər müxtəlif qiymətlər ala bilirlər ki, onları kəsilməz TK şəkilindəgöstərmək əlverişli olur. Məsələn, valyuta məzənnələri, gəlir, ÜMM, ÜDM həcmləri və s. adətən kəsilməz TK kimi baxılır.Diskret TK təsvir etmək üçün onun bütün mümkün qiymətləri və onların ehtimalları arasındakı uyğunluğu müəyyən etmək lazımdır. Belə uyğunluq diskret TK paylanma qanunu adlanır, onu cədvəl, analitik (düsturla) yaxud qrafik şəkildə vermək olar.

X diskret TK paylanma qanununu cədvəl kimi verdikdəcədvəlin birinci sətrində onun mümkün qiymətləri (1, 2, … ,), ikinci sətrində isə onların (1, 2,… ,) ehtimalları yazılır:

X	X_1	X_2	...	X_k
P	P_1	P_2	...	P_k

Adətən 1 < 2 < < olur.

Mütləq 1 + 2 + + = 1.

Təsadüfi kəmiyyətlərin əsas ədədi xarakteristikaları olaraq riyazi gözləmə, dispersiya və orta kvadratik meyl (uzaqlaşma yaxud kənarlaşma) çıxış edirlər.

6. Kovariasiya anlayışı və onun müəyyən edilməsi

X və Y təsadüfi kəmiyyətlər arasındakı əlaqəni təsvir etmək üçün kovariasiyadan və ya korrelyasiya əmsalından istifadə olunur. Kovariasiya aşağıdakı formula üzrə hesablanır:

İki təsadüfi kəmiyyətin əlaqəsinin daha çox istifadə olunan xarakteristikası olaraq onların xətti asılılığının ölçüsü –kovariasiya və korelyasiya əmsalı çıxış edir. Onların qiymətləri olaraq S_{xy} yığım kovarvasiyası və R_{xy} yığımın korrelyasiya əmsalı çıxış edir.

Ehtimal nəzəriyyəsində və statistikada kovariasiya iki təsadüfi dəyişənin birgə dəyişkənliyinin ölçüsüdür. Əgər bir dəyişənin böyük dəyərləri əsasən digər dəyişənin böyük qiymətlərinə uyğun gəlirsə və eyni şey kiçik qiymətlər üçün də keçərlidirsə, kovariasiya müsbətdir. . Əks halda, bir dəyişənin böyük dəyərləri əsasən digərinin daha az qiymətlərinə uyğun olduqda (yəni dəyişənlər əks davranış nümayiş etdirməyə meyllidirlər), kovariasiya mənfi olur. Kovariasiya işarəsi, buna görə də, dəyişənlər arasında xətti əlaqə meylini göstərir. Kovariasiyanın böyüklüyü iki təsadüfi dəyişən üçün ümumi olan dispersiyaların həndəsi ortasıdır. Korrelyasiya əmsalı iki təsadüfi dəyişən üçün ümumi dispersiyaların həndəsi ortasına bölmək yolu ilə kovaryansı normallaşdırır. X və Y təsadüfi kəmiyyətlər arasındakı əlaqəni təsvir etmək üçün kovariasiyadan (iki təsadüfi kəmiyyətin xətti asılılığının ölçüsü) və ya korrelyasiya əmsalından istifadə olunur.

10.Korrelyasiya əmsalının xassələri. Korrelyasiya əmsalının əhəmiyyətliliyinin yoxlanılması üçün hipotezlərin qurulması və test edilməsi

Korrelyasiya əmsalının xassələri:

1) Rxy=1

2) Rxy=Ryx

3) -1 Rxy 1

4) Əgər X və Y asılı olmayan təsadüfi kəmiyyətlərdisə, onda Rxy=0

5) |Rxy|=1 şərti yalnız və yalnız o halda ödənir ki, X və Y arasında xətti

funksional asılılıq mövcud olsun.

Əgər X və Y TK-lər asılı kəmiyyətlərdirsə və bir biri ilə korrelyasiya olunurlarsa,

onda onların cəmi və ya fərqinin dispersiyasının hesablanması formulası aşağıdakı

kimi alınacaqdır:

$$D(x \pm y) = D(x) + D(y) \pm 2\mathrm{cov}(x, y)$$

X və Y iki TK arasında əhəmiyyətli xətti asılılığın mövcudluğunu təyin etmək üçün korrelyasiya əmsalının statistik əhəmiyyətliliyi haqqında hipotez yoxlanmalıdır. Bu halda aşağıdakı hipotez yoxlanılır:

$$H_0 : \rho_{xy} = 0$$
$$H_1^{(1)} : \rho_{xy} \neq 0$$

H_0-ı yoxlamaq üçün n həcmli $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$ yığımı üzrə

$$T = \frac{r_{xy} \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{xy}^2}}$$

statistikası qurulur. Burada r_{xy} – yığım üzrə korrelyasiya əmsalı olub,

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\,\overline{y}}{\sqrt{x^2 - \overline{x}^2} \cdot \sqrt{y^2 - \overline{y}^2}}$$

0 hipotezinin doğru olması halında T statistikası sərbəstlik dərəcələrinin sayı v n2 olan Styudent paylanmasına malik olur. Styudent paylanmasının kritik nöqtələri cədvəlinə əsasən verilmiş əhəmiyyətlilik səviyyəsi və (n-2) sərbəstlik dərəcələrinin sayına görə t /2, n-2 kritik nöqtəni tapırıq.

Əgər

$$|T_{müş}| = \frac{r_{xy}\sqrt{n-2}}{v_1 - r_{xy}^2} < t_{\alpha/2,n-2}$$

olarsa, onda H_0-ı qəbul etməməyə heç bir əsas yoxdur. Əgər

$|T_{müş}| > t_{\alpha/2,n-2}$ olarsa, H_0 hipotezi doğru deyil və alternativ $H_1^{(1)}$ hipotezi qəbul edilməlidir.

Əgər 0 qəbul edilmirsə, deməli korrelyasiya əmsalı statistik əhəmiyyətlidir (sıfırdan əhəmiyyətli dərəcədə fərqlənir). Deməli, X və Y korrelyasiya olunublar, yəni onlar arasında xətti asılılıq vardır.

13. Cütxətti reqressiya modeli: modelin spesifikasiyası

Reqressiya tənliyinin qurulması prosesini 3 mərhələy ayırmaq olar:

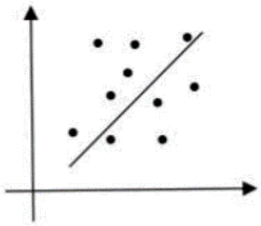
1) Reqressiya tənliyinin formulasının seçilməsi;

2) Seçilmiş tənliyin parametrlərinin müəyyən edilməsi;

3) Tənliyin keyfiyyətinin təhlili və tənliyin emprik məlumatlara adekvatlığının yoxlanması, tənliyin təkmilləşdirilməsi

Dəyişənlərin əlaqə formulasının seçilməsi reqressiya tənliyinin spesifikasiyası adlanır. Cüt reqressiya halında əlaqə formulasının seçilməsi

korrelyasiya sahəsinə (səpələnmə diaqramı) görə aparlır. Korrelyasiya sahəsi dedikdə, real statistik məlumatların dekart koordinat sistemində nöqtələr şəklində qrafiki təsviri başa düşülür. Bu halda halda hər bir nöqtənin absisi x izahedici dəyişənin qiymətinə, ordinatı isə y asılı dəyişənin qiymətinə uyğun gəlir.



Şəkildə iqtisadi iqtisadi sistemin X və Y dəyişənləri arasındakı əlaqə xətti əlaqəyə yaxındır və 1 düz xətti emprik nöqtələrə kifayət qədər yaxşı uyğun gəlir. Odur ki, bu halda X və Y arasındakı asılılıq olaraq = b0+b1 X xətti funksiyanı seçmək məqsədəuyğundur. İki dəyişənin olduğu xətti reqressiya modeli cütxətti reqressiya modeli adlanır. Cütxətti reqressiya modeli iki yerə bölünür. Bunlara aidddir:

Cüt reqressiyanın nəzəri modeli

E

Cüt reqressiyanın empirik modeli

Burada, y asılılı və ya izah edilən dəyişən, x isə asılı olmayan və ya izahedici dəyişən adlanır.

b0 və b1 modelin parametrləri və ya əmsal adlanır. Parametrlərin hesablanması qaydası belədir:

Ei modelin təsadüfi kənarlaşmalarıdır və baxılan tənliyin faktiki tənlikdən nə qədər kənarlaşdığını göstərir.

14. Cütxətti reqressi ya modelinin əmsallarının qiymətləndirilməsində ən kiçik kvadratlar üsulu(ƏKK)

Reqressiya tənliyinin əmsallarını qiymətləndirmək üçün ən çox tətbiq

edilən və nəzəri cəhətdən əsaslandırılmış metod ən kiçik kvadratlar metodudur. ƏKKM hesablanma mexanizmi baxımından ən sadə metod olmaqla bərabər, həm də bu metodla tapılmış əmsalların qiymətləri bir sıra optimal xassələrə malik olurlar.

Tutaq ki, (xi , yi)ı 1,2,...,n seçimi üzrə empirik reqressiya tənliyinin b0 və b1 parametrl ərini tapmaq tələb olunur.

Bu halda ƏKKM –dan istifadə etsək, aşağıdakı funksiya minimumlaşdırılır:

$$Q(b_0, b_1) = \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2$$

İki dəyişənin funksiyasının minimumunun mövcud olması üçün zəruri şərt onun b0 və b1 məchul parametrər üzrə xüsusi törəmələrinin sıfıra bərabər olmasıdır. Sonrakı formulalarda i-in 1-dən n-ə qədər dəyişdiyini qəbul

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Q}{\partial b_0} = -2\sum (y_i - b_0 - b_1 x_i) = 0 \\ \dfrac{\partial Q}{\partial b_1} = -2\sum (y_i - b_0 - b_1 x_i) = 0 \end{cases}$$

edərək -ri indekssiz yazacağıq. $\begin{cases} \sum y_i = nb_0 + b_1 \sum x_i \\ \sum x_i y_i = b_0 \sum x_i + b_1 \sum x_i^2 \end{cases}$

(12) sisteminin hər iki tənliyini n-ə bölərək, alırıq:

$$\begin{cases} b_0 + b_1 \bar{x} = \bar{y} \\ b_0 \bar{x} + b_1 \bar{x}^2 = \overline{xy} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = \dfrac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2} \\ b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x} \end{cases}$$

Burada $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i$, $\bar{x}^2 = \frac{1}{n}\sum x_i^2$, $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum y_i$, $\overline{xy} = \frac{1}{n}\sum x_i y_i$

19. Cütxətti reqressiya modelinin əmsallarının əhəmiyyətliliyi haqqında hipotezin irəli sürülməsi. Styudent paylanması. Cütxətti reqressiya tənliyinin parametrlərinin interval qiymətləndirilməsi

Statistik təhlil zamanı tədqiqatçının qarşısına çıxan zərurətlərdən biri də reqressiyanın b_0 və b_1 empirik əmsallarını bu əmsalların nəzəri cəhətdən gözlənilən müəyyən $_0$ və $_1$ qiymətləri ilə müqayisə etməkdir. Bu təhlil hipotezaların ststistik yoxlanması sxemi üzrə aparılır.

$H_0 : b_1 = B_1$

H1 :b1 ≠ B1

Hipotezalarını yoxlamaq üçün statistikasından istifadə edilir. H_0 hipotezası həqiqi olduqda bu statistika vn2 (burada n – yığımın həcmidir) sərbəstlik dərəcələrinin sayına malik Styudent paylanmasına malikdir. Deməli,

şərti ödənirsə, bu kriteriyaya görə $H_0 : b_{1=1}$ hipoterası rədd edilir. Burada $_\alpha$ - tələb edilən əhəmiyyətlilik səviyyəsidir.(13) şərti ödənmədikdə isə belə hesab edilir ki, H_0 hipotezasını rədd etmək üçün əsas yoxdur. Qurulmuş reqressiya modelinin statistik təhlilinin başlanğıc mərhələsində Y və X arasında xətti asılılığın mövcudluluğunun aşkar edilməsi mühüm vəzifə hesab edilir. Bu problemi də həmin sxem üzrə həll etmək olar:

H b1 =0

1 H b1 ≠0

Hipotezanın bu şəkildə qoyuluşuna çox zaman reqressiya tənliyinin əmsallarının statistik əhəmiyyətliliyi haqqında hipoteza deyilir. Əgər bu halda H_0 qəbul edilirsə, onda Y kəmiyyətinin X-dan asılı olmadığını qəbul etməyə əlimizdə əsas olacaqdır. Onda deyirlər ki, b_1 əmsalı statistik əhəmiyyətsizdir. H_0 rədd edildikdə b_1 əmsalı əhəmiyyətli hesab edilir və bu, Y və X arasında müəyyən xətti asılılığın olmasına işarədir.

Bu halda $_1$ =0 qəbul edildiyindən, b_1 qiymətləndirici əmsalın

2 əhəmiyyətliliyi formal olaraq onun kəmiyyətinin bu əmsalın S_{bi} S_{b1} √

Standart səhvinə nisbəti kimi yoxlanılır.

$$t = \frac{b_1}{S_{b1}} = \frac{b_1}{\sqrt{S_{b1}^2}}$$

Analoji sxem əsasında t-statistikaya görə b_0 əmsalının statistik əhəmiyyətliliyi haqqında hipotez yoxlanılır:

$$t = \frac{b_0}{S_{b0}} = \frac{b_0}{\sqrt{S_{b_0}^2}}$$

Cüt reqressiya üçün b_1 əmsalının statistik əhəmiyyətliliyinin təhlili daha vacib hesab edilir, çünki izahedici X dəyişənin sərbəst Y dəyişəninə təsiri məhz bu əmsalda cəmləşib.

Əgər əmsalın standart səhvi onun modulundan böyükdürsə onda əmsalı əhəmiyyətli hesab etmək olmaz, çünki ikitərəfli alternativ hipotez şəraitində ehtibarılılıq ehtimalı 0,7-dən kiçikdir.

Əgər $1 < |t| < 2$ olarsa, onda nəzərdən keçirilən əmsal nisbi (zəif) əhəmiyyətli hesab edilir. Bu halda ehtibarlılıq ehtimalı 0,7 iə 0,95 arasında yerləşir.

Əgər $2 < |t| < 3$ olarsa, onda deməli, X və Y arasında əsaslı xətti asılılıq mövcuddur. Bu halda etibarlılıq intervalı 0,95 ilə 0,99 arasındadır.

Nəhayət, əgər $|t| > 3$ olarsa, onda yəginliklə demək olar ki, göstəricilər arasında xətti asılılıq mövcuddur.

Xətti reqressiya tənliyinin əmsallarının interval qiymətləri.

B0 və B1 parametrlərini $(1-\alpha)$ etibarlılıqla əhatə edən aşağıdakı etibarlılıq intervalları mövcuddur:

$$\left[b_0 - t_{\frac{\alpha}{2},n-2} S(b_0); b_0 + t_{\frac{\alpha}{2},n-2} S(b_0) \right]$$

$$\left[b_1 - t_{\frac{\alpha}{2},n-2} S(b_1); b_1 + t_{\frac{\alpha}{2},n-2} S(b_1) \right]$$

22. Qauss- Markov teoreminin şərtləri.

Reqressiya əmsallarının xassələri və deməli, qurulmuş reqressiyanın keyfiyyəti təsadüfi həddin xassələrindən əhəmiyyətli dərəcədə asılıdır. İsbat edilir ki, ƏKKM –n ilə ən yaxşı nəticələrin alınması üçün təsadüfi kənarlaşmalar üzrə bir sıra şərtlər ödənməlidir. ƏKKM-nun şərtləri olan bu şərtlərə bəzən Qaus –Morkov şərtləri də deyilir.

1. təsadüfi meylinin riyazi gözləməsi sıfıra bərabərdir: bütün müşahidələr üçün ( ) = 0.
2. təsadüfi meyllərinin dispersiyaları sabitdirlər: ( ) = ( ) = 2 istənilən və j müşahidələri üçün.
3. ≠ üçün və təsadüfi meylləri bir-birindən asılı deyildirlər.
4. Təsadüfi meyl izahedici dəyişənlərdən asılı olmamalıdır.
5. Model parametrlərə nəzərən xəttidir.

Göstərilən ilkin şərtlərin ödənilməsi ilə yanaşı klassik xətti reqressiya modellərini qurarkən yenə də bir sıra fərziyyələr edilir.

Məsələn:

- izahedici dəyişənlər TK deyildir;
- təsadüfi meyllər normal paylanmaya malikdir;
- müşahidələrin sayı dəyişənlərin sayından nəzərəçarpacaq dərəcədə çoxdur; - spesifikasiyanın səhvləri yoxdur; - mükəmməl multikollinearlıq yoxdur.

24.Cütxətti reqressiya tənliyini1n parametrlərinin interval qiymətləndirilməsi . Cütxətti reqressiya modelinin əmsallarının əhəmiyyətliliyi haqqında hipotezin irəli sürülməsi.

$$t_{b0}=\frac{b_0-\beta_0}{S(b_0)}\ ;\qquad t_{b1}=\frac{b_1-\beta_1}{S(b_1)}$$

statistikaları v=n-2 sərbəstlik dərəcələri saylı Styudent paylanmasına malikdirlər. Sonra, $100(1-\alpha)\%$-li ehtibarlılıq intervallarını müəyyən etmək üçün Stydent paylanması cədvəlindən $\gamma=1-\alpha$ ehtibarlılıq intervalı və v sərbəstlik dərəcələrinin sayı üçün

$$P(|t|<t_{\frac{\alpha}{2};n-2})=1-\alpha$$

$t_{\frac{\alpha}{2};n-2}$ şərtini ödəyən kritik qiymət tapılır. t_{b0} və t_{b1}-in qiymətlərini bu ifadədə yerinə qoysaq və mötərizədəki ifadələri çevirsək, onda β_0 və β_1 parametrlərini $(1-\alpha)$ etibarlılıqla əhatə edən aşağıdakı etibarlılıq intervallarını alarıq:

$$\left[b_0-t_{\frac{\alpha}{2},n-2}S(b_0);b_0+t_{\frac{\alpha}{2},n-2}S(b_0)\right]$$

$$\left[b_1-t_{\frac{\alpha}{2},n-2}S(b_1);b_1+t_{\frac{\alpha}{2},n-2}S(b_1)\right]$$

b_1 əmsalının əhəmiyyətliliyi onun Standart səhvinə nisbəti kimi yoxlanılır.

$$t=\frac{b_1}{S_{b1}}=\frac{b_1}{\sqrt{S_{b1}^2}}$$

Analoji sxem əsasında t-statistikaya görə b_0 əmsalının statistik əhəmiyyətliliyi haqqında hipotez yoxlanılır:

$$t=\frac{b_0}{S_{b0}}=\frac{b_0}{\sqrt{S_{b_0}^2}}$$

Cüt reqressiya üçün b_1 əmsalının statistik əhəmiyyətliliyinin təhlili daha

vacib hesab edilir, çünki izahedici X dəyişənin sərbəst Y dəyişəninə təsiri məhz bu əmsalda cəmləşib.

Əgər əmsalın standart səhvi onun modulundan böyükdürsə onda əmsalı əhəmiyyətli hesab etmək olmaz, çünki ikitərəfli alternativ hipotez şəraitində ehtibarılılıq ehtimalı 0,7-dən kiçikdir.

Əgər $1 < |t| < 2$ olarsa, onda nəzərdən keçirilən əmsal nisbi (zəif) əhəmiyyətli hesab edilir. Bu halda ehtibarlılıq ehtimalı 0,7 iə 0,95 arasında yerləşir.

Əgər $2 < |t| < 3$olarsa, onda deməli, X və Y arasında əsaslı xətti asılılıq mövcuddur. Bu halda etibarlılıq intervalı 0,95 ilə 0,99 arasındadır.

Nəhayət, əgər $|t| > 3$ olarsa, onda yəginliklə demək olar ki, göstəricilər arasında xətti asılılıq mövcuddur.

25.26. Cütxətti reqressiya modelinin əmsalların standart səhlərinin və izahedici dispersiyanın müəyyən edilməsi.

Yığıma görə ε_i təsadüfi kənarlaşmaları təyin etmək mümkün olmadığından, reqressiya əmsallarının qiymətlərinin ehtibarlılığının təhlilində onlar y dəyişənin y_i qiymətlərinin reqressiyanın qiymətləndirmə xəttindən $e_i = y_i - b_0 - b_i x_i$ kənarlaşmalrı ilə əvəz edilir. Təsadüfi kənarlaşnmaların $D(\varepsilon_i) = \delta^2$ dispersiyası onun

$$S^2 = \frac{1}{n-2}\sum(y_i - b_0 - b_i x_i)^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-2} \qquad (9)$$

Sürüşdürülməmiş qiyməti ilə əvəz olunur.

Onda alırıq:

$$D(b_1) = S^2 b_1 = \frac{S^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \qquad (10)$$

$$D(b_0) = S^2 b_0 = \frac{S^2 \sum x_i^2}{n\sum(x_i - \bar{x})^2} = \bar{x}^2 S_{b1}^2 \qquad (11)$$

$S^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-2}$ izah edilməmiş dispersiyadır (asılı dəyişənin reqressiya xətti boyunca səpələnməsinin ölçüsü). Qeyd eək ki, izah edilməmiş dispersiyanın

$$S^2 = \sqrt{\frac{e_i^2}{n-2}} \qquad (12)$$

Kvadrat kökü qiymətləndirmənin standart səhvi adlanır (reqressiyanın standart səhvi).

$S_{b0}^2 = \sqrt{S_{b0}^2}$ və $S_{b1}^2 = \sqrt{S_{b1}^2}$ isə b_0 və b_1 təsadüfi kəmiyyətlərin standart kənarlaşmaları olub, reqressiya əmsallarının standart səhvləri adlanır.

30.Determinasiya əmsalı və onun xassələri

Reqressiya tənliyinin ümumi keyfiyyətinin məcmu ölçüsü olaraq R^2 determinasiya əmsalı çıxış edir. Cüt reqressiya üçün determinasiya əmsalı korrelyasiya əmsalının kvadratı ilə üst-üstə düşür. Ümumi halda isə, determinasiya əmsalı aşağıdakı kimi hesablanır:

Determinasiya əmsalının qiyməti nə qədər böyük alınarsa, reqressiya tənliyində nəticə göstəricisinin apraksimasiya səviyyəsi bir o qədər yüksək olur. Determinasiya əmsalı həmişə 0 və 1 arasında qiymət alır:

$0 \le R^2 \le 1$

Lakin determinasiya əmsalının bəzi çatışmazlığı vardır. Determinasiya əmsalının böyük qiyməti sınaqların və ya müşahidələrin sayının azlığı səbəbindən alına bilər. Bu çatışmazlıq dəqiqləşdirilmiş determinasiya əmsalı vasitəsi ilə aradan qaldırılır. Bu əmsal aşağıdakı kimi hesablanır:

$\bar{R}^2=(1-R^2)(n-1)\ /n-m-1$

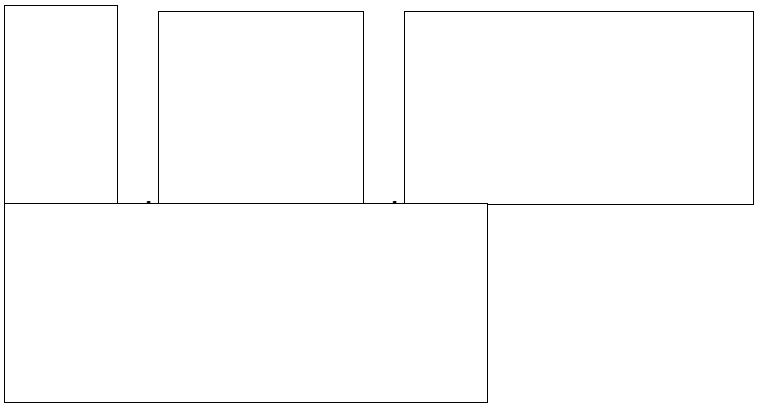
39. Çoxamilli xətti reqressiya tənliyinin parametrlərinin dispersiyası və standart səhvləri.

Dispersiyaların və standart səhvlərin məlum olması tədqiqatçıya qiymətlərin dəqiqliyini təhlil etməyə, nəzəri əmsallar üçün etibarlılıq intervalları qurmağa, müvafiq hipotezaları yoxlamağa imkan verir.

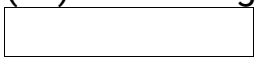
Bu xarakteristikaların hesablanması formulalarını matris formasında vermək daha sərfəli hesab edilir. Əvvəlcədən qeyd edək ki, matris formasında ƏKKM-un ilk üç şərti aşağıdakı kimi ifadə ediləcəkdir:

1.
2.
3.

burada



(10) ifadəsinə görə çox xətti reqressiyanın empirik əmsalları



formulasına görə hesablanır.

Yin nəzəri qiymətini bu ifadədə nəzərə alsaq, alarıq:

Dispersiya-kovariasiya matrisi quraq:

təsadüfi kəmiyyət olmadığı üçün alırıq:

Burada matrisinin j-ci diaqanal elementidir. Yığıma görə dispersiyasının həqiqi qiymətini təyin etmək mümkün olmadığından, onu aşağıdakı sürüşdürülməmiş qiymətlə əvəz edirik:

(11)

Burada - modelin izahedici dəyişənlərinin sayıdır. Qeyd edək ki, bəzən 11 ifadəsində məxrəci kimi ifadə edirlər və -ya modelin parametrinin sayı (təyin ediləcək reqressiya əmsalları kimi) kimi baxırlar.

Deməli, yığıma görə biz reqressiyanın empirik əmsallarının yalnız seçmə dispersiyalarını təyin edə bilərik:

Cüt reqressiyada olduğu kimi, burada da kəmiyyəti reqressiyanın standart səhvi adlanır. reqressiya əmsalının standart səhvi adlanır.

İki izahedici dəyişənə malik tənliyi üçün əmsalların dispersiyaları və standart səhvləri aşağıdakı formulalar üzrə hesablanır:

; ;

Burada - və dəyişənləri arasındakı seçmə korrellyasiya əmsalıdır.

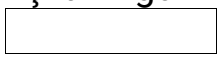
Əmsallar arasındakı kovariasiya isə aşağıdakı formula üzrə

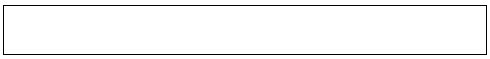
hesablanır:



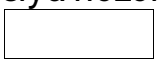
(12)

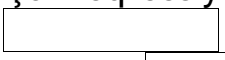
40. Çoxamilli xətti reqressiya modeli və onun parametrlərinin hesablanması

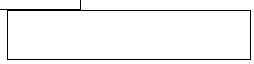
İqtisadi sistemin istənilən göstəricisinə bir deyil, bir neçə amil təsir göstərir. Məsələn, müəyyən bir nemətə olan tələb yalnız bu nemətin qiyməti ilə deyil, həm də əvəzedici, tamamlayıcı nemətlərin qiymətləri ilə, istehlakçıların gəlirləri ilə və bir çox başqa amillərə müəyyən edilir. Bu halda  cüt reqressiyadan fərqli olaraq



çox reqressiya nəzərdən keçirilir.

 və  dəyişənlərinin qarşılıqlı əlaqəliyinin qiymətləndirilməsi məsələsi cüt reqressiya halında olduğu kimi qoyulur. Çox reqressiyanın tənliyi aşağıdakı kimi ifadə edilə bilər.



burada,  -asılı olmayan (izahedici) dəyişənlər vektorudur.

 -parametrlər vektorudur (onlar təyin edilməlidir)

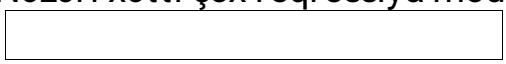
 -təsadüfi səhvdir (kənarlaşma)

 -asılı (izaholunan) dəyişəndir.

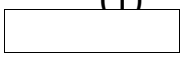
Fərz edilir ki, baxılan baş yığım üçün məhz  funksiyası tədqiq edilən  dəyişənini sərbəst dəyişənlər vektoru ilə bağlayır.

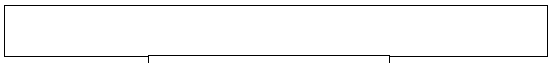
Çox reqressiya modelləri içərisində ən sadə və daha çox tətbiq olunan model xətti çox reqressiya modelidir.

Nəzəri xətti çox reqressiya modeli aşağıdakı kimi yazılır:

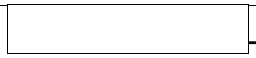
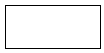


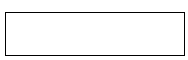
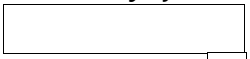
(1)

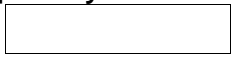
 -nin fərdi müşahidələri üçün (1) modeli aşağıdakı şəkil alır:



(2)

burada ,  - məchul parametrlərin  ölçülü vektorudur.

,  reqressiyanın -ci nəzəri əmsalı adlanır (hissəli reqressiya əmsalı). Bu əmsal kəmiyyətinin -in dəyişməsinə həssaslığını əks etdirir. Başqa sözlə bu əmsal modelin bütün digər izahedici dəyişənləri dəyişməz qaldıqda -izahedici dəyişənin asılı dəyişənin  şərti riyazi gözləməsinə təsirini əks etdirir. sərbəst hədd olub, bütün -izahedici dəyişənlərin qiymətləri 0-a bərabər olduqda -in qiymətini müəyyən edir.

Model olaraq xətti funksiya seçildikdən sonra reqressiyanın parametrlərini qiymətləndirmək lazımdır. Fərz edək ki, 

-izahedici faktorlar vektorunun və asılı dəyişəninin müşahidəsi vardır:

, parametrlərinin tapılması məsələsini (daha doğrusu ən yaxsı vektorunun tapılması məsələsini) birqiymətli həll etmək üçün bərabərsizliyi ödənməlidir. Əgər bu bərabərsizlik ödənmirsə, onda sonsuz sayda müxtəlif parametrlər vektorları üçün və arasındakı xətti əlaqə formulası mövcud müşahidələrə tam dəqiqliklə uyğun gələcəkdir. Əgər olarsa, onda vektorunun əmsallarının qiymətləri yalnız bir yolla - xətti tənlikdən ibarət

tənliklər sistemini həll etməklə tapılır.

Məsələn, reqressiya tənliyinin parametrlərinin qiymətlərini birqiymətli şəkildə müəyyən etmək üçün 3 müşahidədən ibarət yığımına malik olmaq kifayətdir. Lakin bu halda parametrlərinin tapılmış qiymətləri üçölçülü fəzada elə bir müstəvisini müəyyən edəcəkdir ki, bu müstəvi mövcud üç nöqtədən keçsin. Digər tərəfdən, yığımda olan üç müşahidəyə bir müşahidənin əlavə edilməsi elə bir hala gətirib çıxaracaqdır ki, dördüncü nöqtə qurulmuş müstəvidən kənarda (ola bilər ki, kifayət qədər uzaqda) yerləşəcəkdir. Odur ki, parametrləri yenidən qiymətləndirmək lazım gələcəkdir. Beləliklə, normal məntiqə görə aşağıdakı nəticə alınır:

Əgər müşahidələrin sayı minimal zəruri səviyyədən azdırsa, yəni şərti ödənmirsə, onda bütün müşahidələri ödəyən xətti forma seçmək artıq mümkün deyil və optimallaşdırmaya zərurət yaranır. Yəni parametrləri üçün elə qiymətlər tapılmalıdır ki, bu qiymətlərdə reqressiya tənliyi mövcud müşahidələr üçün ən yaxşı yaxınlaşmanı təmin etsin.

Bu halda ədədi sərbəstlik dərəcələrinin sayı adlanır.Əgər sərbəstlik dərəcələrinin sayı böyük deyilsə, onda qiymətləndirilən formulanın statistik etibarlılığı yüksək deyil. Məsələn üç müşahidə üzrə dəqiq nəticənin alınması ehtimalı 30 müşahidə ilə müqayisədə əhəmiyyətli dərəcədə azdır. Belə hesab edilir ki, çox xətti reqressiyanın qiymətləndirilməsi zamanı statistik etibarlılığı təmin etmək üçün müşahidələrin sayı qiymətləndirilən parametrlərin sayından ən azı 3 dəfə çox olmalıdır.

Xətti çoxreqressiya modelinin parametrlərini qiymətləndirmək üçün ən çox tətbiq olunan metod ƏKKM-dur. Əvvəl qeyd etdiyimiz kimi, bu metodun əsasını asılı dəyişəninin müşahidə qiymətlərinin onların reqressiya tənliyinə görə alınan dəyişənindən kənarlaşmalarının kvadratları cəminin minimumlaşdırılması təşkil edir.

Reqressiya tənliyinin əmsallarının qiymətlərinin tapılması alqoritminin

təsvirinə keçməzdən əvvəl ƏKKM –u üçün məqsədəuyğun olan şərtləri yada salaq.

1^0. ε təsadüfi kənarlaşmanın riyazi gözləməsi sıfıra bərabərdir: $M(\varepsilon_i)=0$ (bütün müşahidələr üçün)

2^0. Homoskedostiklik (kənarlaşmaların dispersiyalarının sabitliyi); $D(\varepsilon_i)=D(\varepsilon_j)=\sigma^2$, bütün i və j müşahidələri üçün

3^0. Avtokorrelyasiya mövcud deyil .

ε_i və ε_j təsadüfi kənarlaşmalar bütün $i \neq j$ üçün bir-birindən asılı deyil.

$$M(\varepsilon_i \varepsilon_j)=0, \quad i \neq j$$

4^0. Təsadüfi kənarlaşmalar izahedici dəyişənlərdən asılı olmamalıdır.

5^0. Model parametrlərinə nəzərən xəttidir.

Xətti çox reqressiya halı üçün daha iki şərtin ödənməsi vacibdir:

6^0. Multikollenarlığın olmaması.

İzahedici amillər arasında ciddi (güclü) xətti asılılıq mövcud deyil.

7^0. ε səhvləri normal paylanmaya malikdirlər $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$

Bu şərtin ödənməsi statistik hipotezaların yoxlanması və interval qiymətlərinin hesablanması üçün vacibdir.

Cüt reqressiyada olduğu kimi, çox reqressiyada da yığıma görə $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_m$ parametrlərinin həqiqi qiymətlərini almaq mümkün deyil. Bu halda (1) nəzəri reqressiya tənliyi əvəzinə empirik reqressiya tənliyi qiymətləndirilir. Bu tənliyi aşağıdakı kimi təsvir etmək olar:

$$y_i = b_0 + b_1 x_{i1} + b_2 x_{i2} + \ldots + b_m x_{im} + e_i \quad (2)$$

burada $b_0, b_1, b_2, \ldots, b_m$ – reqressiya əmsallarının $\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_m$ nəzəri kəmiyyətlərinin qiymətləridir, daha doğrusu, empirik reqressiya əmsallarıdır. e_i kənarlaşmasının qiymətidir.Fərdi müşahidələr üçün yaza bilərik:

$$y_i = b_0 + b_1 x_{i1} + b_2 x_{i2} + \ldots + b_m x_{im} + e_i, \quad i = \overline{1, n} \quad (3)$$

Qiymətləndirmə tənliyi ilk növbədə Y asılı dəyişənin qiymətinin dəyişməsinin ümumi trendini (istiqamətini) təsvir etməlidir. Bu zaman bu trenddən kənarlaşmaları hesablamaq imkanı mövcud olmalıdır.

n həcmli $(y_i, x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{im})$ yığımdan məlumatlarına əsasən b vektorunun $b_0, b_1, b_2, \ldots, b_m$ parametrlərinin qiymətlərini tapmaq, daha doğrusu seçilmiş modelin parametrləşdirilməsini aparmaq lazımdır (burada $(x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{im})$-ci müşahidədə x_j dəyişənin qiymətidir).

ƏKKM-nin ε səhvlərinə nəzərən şərtləri ödəndikdə çox xətti reqressiyanın $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_m$ parametrlərinin ƏKKM-u ilə tapılmış $b_0, b_1, b_2, \ldots, b_m$ qiymətləri sürüşdürülməmiş, səmərəli və əsaslı hesab edilir (BLUE

qiymətləri).

(3) ifadəsinə görə -asılı dəyişənin qiymətinin model qiymətindən kənarlaşması aşağıdakı kimi hesablanır:

41. Çoxamilli xətti reqressiya tənliyinin ümumi keyfiyyətinin yoxlanılması. Determinasiya əmsalının əhəmiyyətliliyinin statistik təhlili.

Reqressiya əmsallarından hər birinin fərdi statistik əhəmiyyətliliyini qiymətləndirdikdən sonra bu əmsalların məcmu əhəmiyyətliliyi təhlil edilir. Bu tip təhlil ümumi əhəmiyyətlilik haqqında hipotezanın- reqressiyanın izahedici dəyişənlərdə olan bütün əmsalların eyni zamanda sıfıra bərabər olması haqqında hipotezanın yoxlanması əsasında aparılır:

Əgər bu hipoteza qəbul edilirsə, onda belə hesab edilir ki, bütün sayda izahedici dəyişənlərin asılı dəyişənə məcmu təsiri statistik əhəmiyyətsizdir və deməli, reqressiya tənliyinin keyfiyyəti yüksək deyil.

Bu hipotezanın yoxlanması dispersiya təhlili əsasında aparılır. Dispersiya təhlili dedikdə- izah edilmiş və qalıq dispersiyaların müqayisəsi başa düşülür. Müqayisə aşağıdakı halları əhatə edir:

: (izah edilmiş dispersiya)=(qalıq dispersiya)

: (izah edilmiş dispersiya)>(qalıq dispersiya).

Müqayisə üçün aşağıdakı F –statistika qurulur:

(17)

burada - izah edilmiş dispersiyadır;

- qalıq dispersiyadır.

ƏKKM-un şərtləri ödəndikdə, qurulmuş F –statistika ; sərbəstlik dərəclərinin sayına malik Fişer paylanmasına malik olur. Odur ki, əgər tələb edilən əhəmiyyətlilik səviyyəsində olarsa, onda hipotezası hipotezasının xeyrinə qəbul edilmir (burada -Fişer paylanmasının kritik nöqtəsidir). Bu o deməkdir ki, izah edilmiş dispersiya qalıq dispersiyadan əhəmiyyətli dərəcədə çoxdur. Deməli, reqressiya tənliyi asılı dəyişənin dəyişməsi dinamikasını kifayət qədər keyfiyyətli şəkildə əks etdirir. Əgər olarsa, onda hipotezasını

qəbul etməməyə heç bir əsas yoxdur. Bu isə o deməkdir ki, izah edilmiş dispersiya təsadüfi faktorların doğurduğu dispersiya ilə müqayisəyə gələndir, yəni modelin izahedici dəyişənlərinni birgə təsiri əhəmiyyətsizdir və modelin ümumi keyfiyyəti aşağıdır.

Real iqtisadi həyatda bu hipotezanın əvəzində çox zaman bu hipoteza ilə sıx əlaqəli olan determinasiya əmsalının statistik əhəmiyyətliliyi haqqında hipoteza yoxlanılır:

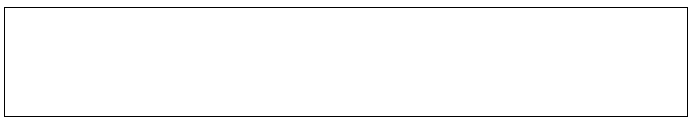


Bu hipotezanı yoxlamaq üçün aşağıdakı F-statistikadan istifadə edilir:



(18)

ƏKKM-un Qaus-Markov teoremi liə müəyyən edilən şərtləri ödəndikdə və hipotezası doğru olduqda F kəmiyyəti (17) F-statistikaya analoji olan Fişer paylanmasına malik olur. Doğrudan da, (17)-nin surət və məxrəcini kənarlaşmaların kvadratlarının ümumi cəmi olan -na bölsək, (18) ifadəsini alarıq:



(18) ifadəsinə görə, və göstəriciləri eyni zamanda və sıfıra bərabərdirlər, ya da bərabər deyillər. Əgər olarsa, onda və reqressiya xətti ƏKKM na görə ən yaxsı hesab edilir. Deməli, kəmiyyəti -dən xətti asılı deyil. sıfır hipotezasını verilmiş əhəmiyyətlilik səviyyəsində yoxlamaq üçün Fişerin paylanmasının kritik nöqtələri cədvəlinə görə tapılır. Əgər olarsa, sıfır hipotezası qəbul edilmir. Deməli, -dır, yəni statistik əhəmiyyətlidir.

F statistikasının təhlili belə bir qənaətə gəlməyə imkan verir ki, xətti reqressiyanın bütün əmsallarının eyni zamanda sıfıra bərabər olması haqqında hipotezanı qəbul etmək üçün determinasiya əmsalı sıfırdan əhəmiyyətli dərəcədə fərqlənməli deyil. Müşahidələrin sayı artdıqca, onun kritik qiyməti azalır və istənilən qədər kiçik ola bilər.

Qeyd edək ki, cüt reqressiya halında F-statistika üçün sıfır

hipotezasının yoxlanması korrelyasiya əmsalı üçün



t-statistika üzrə sıfır hipotezasının yoxlanması ilə eyni qüvvəyə malikdir. Bu halda F-statistika t-statistikanın kvadratına bərabərdir. əmsalı yalnız çox xətti reqressiyada müstəqil əhəmiyyət kəsb etməyə başlayır.

44. Düzəldilmiş determinasiya əmsalı mahiyyəti və hesablanma qaydası

Lakin qeyd edək ki, dəyişənləri bir-bir əlavə etmək məqsədəuyğundur. Bundan əlavə, izahedici dəyişənlər əlavə etdikdə korrektə edilmiş determinasiya əmsalından istifadə etmək məntiqi baxımdan daha düzgündür. Çünki adi əlavə dəyişənin hesabına həmişə artır, korrektə edilmiş determinasiya əmsalında isə bu əlavə dəyişən onu azaldan m-in artmasına səbəb olur.

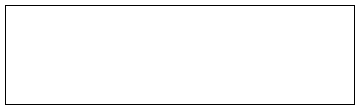
Əgər yeni dəyişən daxil etdikdə izahedilmiş dispersiyanın payını artımı əhəmiyyətsizdirsə, onda azala bilər. Onda bu dəyişənin daxil edilməsi məqsədə uyğun sayılmır.

Qeyd edək ki, determinasiya əmsalına görə iki reqressiya tənliyinin keyfiyyətini yoxlamaq üçün aşağıdakı iki tələbin ödənilməsi zəruridir:

1.Asılı dəyişən eyni formada təsvir edilməlidir.

2.Hər iki model üçün müşahidələrin n sayı eyni olmalıdır.

Məsələn, tutaq ki, eyni bir y göstəricisi aşağıdakı iki tənliklə modelləşdirilir:


-xətti

-loq xətti

Onda bu tənliklərin və determinasiya əmsalları aşağıdakı formulalar üzrə hesablanacaqdır:



Bu ifadələrin məxrəcləri fərqli olduğundan, determinasiya əmsallarının birbaşa müqayisəsini korrekt yanaşma hesab etmək olmaz.

Odur ki, aşağıdakı nəticəyə gəlmək olar:

Əgər modelə yeni dəyişən daxil edilibsə $F_{müş}$ qiyməti üçün aşağıdakı hipotez yoxlanılır:

məqsədə uyğun deyil

məqsədə uyğundur

Əgər modeldən dəyişən çıxarılıbsa $F_{müş}$ qiyməti üçün aşağıdakı hipotez yoxlanılır:

məqsədə uyğundur

məqsədə uyğun deyil

52. İki determinasiya əmsalının bərabərliyinin yoxlanması.

56. Qalıqların avtokorelyasiyanın məzmunu və yaranma səbəbləri

Avtokorrelyasiyanın yaranmasının əsas səbəbləri olaraq aşağıdakıları göstərmək olar:

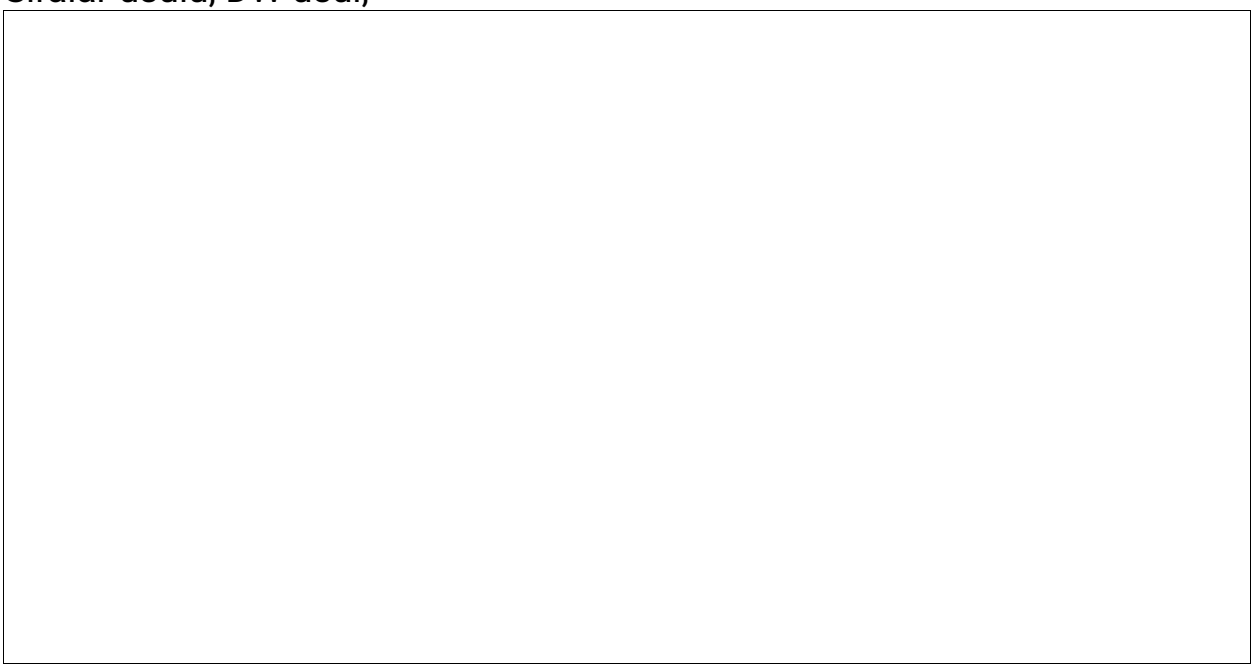
- spesifikasiyanın səhvləri; Əgər modeldə hər hansı bir mühüm izahedici dəyişən öz əksini tapmamışdırsa və ya asılılığın forması düzgün seçilməmişdirsə, , onda müşahidə nöqtələri reqressiya xətttindən sistemli şəkildə kənarlaşacaqdır. Bu isə avtokorrelyasiyaya səbəb ola bilər.

- iqtisadi göstəricilərin dəyişməsindəki ətalət; iqtisada artım məşğulluğu artırır, inflyasiyanı azaldır, ÜDM-i artırır. Bu artım bazar konyukturası dəyişənə qədər davam edir. Sonra artım zəifləyir və əks proseslər müşahidə olunur

- hörümçək toru effekti; bir çox sahələrində iqtisadi göstəricilər iqtisadi şəraitin dəyişməsinə gecikmə (zaman laqı) ilə reaksiya verilir. Məsələn, kənd təsərrüfatı məhsulunun təklifi qiymətin də yişməsinə gecikmə ilə reaksiya verir (bu gecikmə məhsulun yetişməsi dövrünə bərabər olacaqdır. Kənd təsərrüfatı məhsuluna keçən il olan yüksək qiymət bu ildə onun ifrat istehsalına səbəb olacaq və təbii ki, məhsulun qiyməti aşağı düşəcəkdir

- məlumatların hamarlanması. Çox vaxt uzunmüddətli zaman üçün alt intervallar üzrə orta lama qiymətlər götürülür. Nəticədə baxılan intervalın daxilində olan döyüntülər hamarlana bilər. Bu isə öz növbəsində avtokorrelyasiya doğura bilər.

59. Qalıqların avtokorelyasiyanın aşkar edilməsi üsulları.Qrafik üsul, Sıralar üsulu, DW üsul,

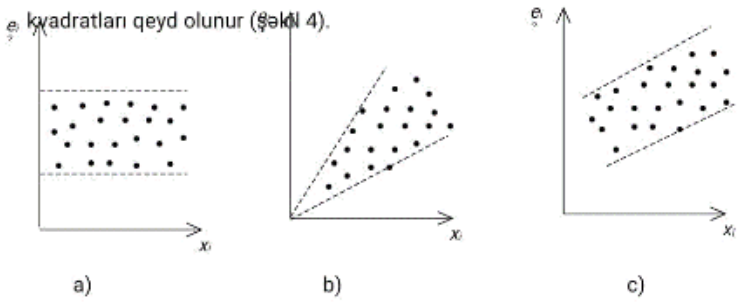


66. Avtokorrelyasiyanın aradan qaldırılması üsulları
59-cu sualın cavabı

69. Heteroskedastiklik.Meyllərin qrafik təhlili.

Kənarlaşmaların qrafiki təsvirindən istifadə heteroskedastikliyin olması haqqında qərar çıxartmağa imkan verir. Bu halda absis oxunda X izahedici dəyişən (və ya izahedici dəyişənlərin xətti kombinasiyası), ordinat oxunda isə ya kənarlaşmaları, ya da onların kvadratları qeyd olunur (şəkil 4).

kvadratları qeyd olunur (şəkil 4).



Şəkil 4.

Şəkil 4a-da bütün qiymətləri absis oxuna paralel zolağın içindədir. Deməli, dispertiyaları x dəyişənindən asılı deyil və sabitdir və homoskedastiklik halı mövcuddur b) və c) şəkillərində isə ilə arasındakı münasibətdə sistematik dəyişiklikl ər nəzərə çarpır. Odur ki, b) və c) halları baxılan statistik məlumatlar üçün heteroskedastiklik halının mövcudluğuna böyük ehtimalla işarə edir.

Fəsil 10. MULTİKOLLİNEARLIQ

10.1. Multikollinearlığın mahiyyəti və nəticələri

ƏKK üsulu ilə çoxamilli xətti reqressiya modellərinin qurulmasının ciddi problemi ***multikollinearlıqdır*** - iki və bir neçə izahedici dəyişən arasında xətti əlaqənin olmasıdır. Əgər izahedici dəyişənlər ciddi funksional asılılıq şəkilində əlaqəlidirlərsə, onda ***tam multikollinearlıq*** verilmişdir deyirlər. Praktikada çox yüksək (yaxud ona yaxın) multikollinearlıqla qarşılaşmaq mümkündür - izahedici dəyişənlər arasında güclü korrelyasiya asılılığı vardır.

Multikollinearlığın adətən aşağıdakı nəticələri ola bilər:

1. Qiymətləndirmələrin böyük dispersiyaları (standart səhvləri). Bu təyin olunan kəmiyyətlərin həqiqi qiymətlərini tapmağı çətinləşdirir və interval qiymətləndirmələri genişləndirir, onların dəqiqliyini pisləşdirir.
2. Əmsalların t - statistikaları azalır ki, bu da müvafiq izahedici dəyişənin asılı dəyişənə nəzərəçarpacaq təsiri haqqında əsaslandırılmamış nəticələrin alınmacına səbəb olur.
3. ƏKK üsulu ilə alınmış əmsalların qiymətləri və onların standart səhvləri məlumatların kiçik dəyişmələrinə nisbətən çox həssas olurlar, yəni onlar dayanıqsız olurlar.
4. İzahedici dəyişənlərdən hər birinin reqressiya tənliyi ilə izah olunan asılı dəyişənin dispersiyasına təsirinin təyini çətinləşir.
5. Reqressiya əmsalının düzgün olmayan işarəsinin alınması mümkündür.

70.

Multikollinearlıq. Multikollinearlığın mahiyyəti və nəticələri

73. Zaman sıralarında stasionarlıq

Əgər zaman sırasının riyazi gözləmə (orta qiymət), dispersiya (orta kvadratik uzaqlaşma) və kovariasiya kimi statistik xarakteristikaları zaman momentindən asılı deyilsə, yəni

$$M\{Y_t\} = a = const$$

$$D\{Y_t\} = \sigma^2 = const$$

$$Cov(y_k; y_{k-1}) = R(k)$$

onda Y_t sırası zəif stasionar və ya geniş mənada stasionar zaman sırası hesab edilir.

Əgər bu şərtlərdən heç olmazsa biri pozularsa, onda sıra qeyri-stasionar hesab edilir.

birölçülü modelinin spesifikasiyasının aşağıdakı variantları mümkündür (iki $\{x_t\}$ və $\{y_t\}$ sıraları timsalında).

1. $\{x_t\}$, $\{y_t\}$ zaman sıraları stasionar sıralardır. Bu halda reqressiya modellərinin qurulmasının ənənəvi metodlarından istifadə etmək məqsədəuyğundur.

2. $\{x_t\}$, $\{y_t\}$ zaman sıraları müxtəlif tip qeyri-stasionarlığa malikdir. Məsələn, $\{y_t\}$ sırası qeyri stasionardır və k tərtibdən inteqrasiya olunmuşdur, $\{x_t\}$ sırası isə TS sırasıdır. Bu halda «yalançı» reqressiya asılılığı yarana bilər.

3. $\{x_t\}$, $\{y_t\}$ zaman sıraları müxtəlif inteqrasiya dərəcəsinə malikdirlər, yəni $\{x_t\}$, $\sim I(k)$, $\{y_t\} \sim I(l)$, $\{k, l \geq 0, k \neq l\}$ eyni zamanda modelin qalıqları sırası stoxastik trendə malikdir. Bu halda modeli ilkin zaman sıraları üzrə nəzərdən keçirərkən «yalançı» reqressiya yarana bilər. Odur ki, modeli müvafiq tərtibli fərqlərin zaman sıraları $(\triangle^k_{x_t}, \triangle^l_{y_t})$ əsasında tədqiq etmək məqsədəuyğundur.

4. $\{x_t\}$, $\{y_t\}$ zaman sıraları eyni bir $d \geq 1$ inteqrasiyalaşdırma dərəcəsinə görə inteqrasiya olunmuş zaman sıralardır, həm də modelin qalıqlarının sırası stoxastik trendə malikdir (yəni, qeyri-stasionardır). Bu halda «yalançı» reqressiya asılılığı mövcuddur və modeli d tərtibli fərqlərin zaman sıraları əsasında qurmaq məsləhətdir.

$\{x_t\}$, $\{y_t\}$ zaman sıraları eyni bir $d \geq 1$ inteqrasiya edilmə dərəcəsi üzrə inteqrasiya olunmuş sıralarıdır, modelin qalıqları sırası isə stasionardır. Bu halda zaman sıraları kointeqrasiya olunmuş hesab edilir.

75. Zaman sıralarının birölçülü modelinin spesifikasiyası variantları

Zaman sıralarının bu və ya digər sinifə aid edilməsindən asılı olaraq, bu sıraların birölçülü modelinin spesifikasiyasının aşağıdakı variantları mümkündür (iki □ və □ sıraları timsalında).

1. □, □ zaman sıraları stasionar sıralardır. Bu halda reqressiya modellərinin qurulmasının ənənəvi metodlarından istifadə etmək məqsədəuyğundur.
2. □, □ zaman sıraları müxtəlif tip qeyri-stasionarlığa malikdir. Məsələn, □ sırası qeyri stasionardır və k tərtibdən inteqrasiya olunmuşdur, □ sırası isə TS sırasıdır. Bu halda «yalançı» reqressiya asılılığı yarana bilər.
3. □, □ zaman sıraları müxtəlif inteqrasiya dərəcəsinə malikdirlər, yəni □, I(k), □I(l), □ eyni zamanda modelin qalıqları sırası stoxastik trendə malikdir. Bu halda modeli

ilkin zaman sıraları üzrə nəzərdən keçirərkən «yalançı» reqressiya yarana bilər. Odur ki, modeli müvafiq tərtibli fərqlərin zaman sıraları [ ] əsasında tədqiq etmək məqsədəuyğundur.

4. [ ], [ ] zaman sıraları eyni bir [ ] inteqrasiyalaşdırma dərəcəsinə görə inteqrasiya olunmuş zaman sıralardır, həm də modelin qalıqlarının sırası stoxastik trendə malikdir (yəni, qeyri-stasionardır). Bu halda «yalançı» reqressiya asılılığı mövcuddur və modeli d tərtibli fərqlərin zaman sıraları əsasında qurmaq məsləhətdir.

5. [ ], [ ] zaman sıraları eyni bir [ ] inteqrasiya edilmə dərəcəsi üzrə inteqrasiya olunmuş sıralarıdır, modelin qalıqları sırası isə stasionardır. Bu halda zaman sıraları kointeqrasiya olunmuş hesab edilir. Odur ki,

[ ]