STATİSTİKA MƏSƏLƏLƏRİ.

Qruplaşdırmaya aid məsələ həlli 3-cü mövzu

Tipik məsələ 1. İşəmuzd fəhlələrin iş stajı və orta aylıq əmək haqqına dair aşağıdakı statistik məlumatlar verilmişdir.

Sıra №-si	Fəhlələrin iş stacı (il)	Fəhlələrin orta aylıq əmək haqqı (min. man)
1	1,0	150,0
2	6,5	240,0
3	9,2	260,0
4	4,5	190,0
5	6,0	185,0
6	2,5	182,0
7	2,7	160,0
8	16,0	220,0
9	14,0	280.,0
10	11,0	300,0
11	12,0	320,0
12	10,5	290,0
13	9,0	210,0
14	5,0	182,0
15	10,2	296,0
16	5,0	190,0
17	5,4	210,0
18	7,5	240,0
19	8,0	200,0
20	8,5	290,0

İş stacı ilə əmək haqqı arasındakı asılılığı öyrənmək üçün işəmuzd fəhlələrin iş stacına görə 5 bərabər fasiləli qrup təşkil edin və hər qrup üzrə yekunları hesablayın:

Bu məsələni həll etmək üçün əvvəlcə bərabər fasilənin kəmiyyətini tapaq:

d=Xmax-Xmin/n

Burada: d – fasilə kəmiyyəti, X_{max}– əlamətin yüksək qiymətini, X_{min} – əlamətin aşağı qiymətini, n – yaradılacaq qrupların sayını göstərir.

Bu məsələdə əlamətin ən yüksək qiymətinin 16,0 ən aşağı qiymətinin isə 1, 0, yaradılacaq qrupların sayının isə 5 olduğunu bilərək bərabər fasilənin kəmiyyətini aşağıdakı kimi hesablamaq olar:

$d = \frac{16-1,0}{5} = 3$ il

Bu o deməkdir ki, hər bir qrupun ən aşağı və ən yuxarı sərhəddi arasındakı fasilə (interval) 3 ilə bərabərdir. Onda:

I qrup 1-4 ilədək;

II qrup 4-7-dək;

III qrup 7-10-dək;

IV qrup 10-13-dək

V qrupa 13 il və daha çox iş stacı olan fəhlələr daxil edilir.

İndi isə qruplaşdırmanı aparmaq üçün aşağıdakı köməkçi cədvəldən istifadə edək:

Fəhlələrin iş stacına görə qrupları (il)	***Fəhlələrin sıra nömrəsi***	***Fəhlələrin iş stacı (il)***	***Fəhlələrin orta aylıq əmək haqqı (min man)***
1-4 ilədək	1	1,0	150
	6	2,5	182
	7	2,7	160
I qrup üzrə cəmi:	3	6,2	492
	2	6,5	240
4-7 ilədək	4	4,5	190
	5	6,0	185
	14	5,0	182
	16	5,0	190
	17	5,4	210
II qrup üzrə cəmi:	6	32,4	1197
7-10 ilədək	3	9,2	260
	13	9,0	210
	18	7,5	240
	19	8,0	200
	20	8,5	290

III qrup üzrə cəmi:	5	42,2	1200
10-13 ilədək	10 11 12 15	11,0 12,0 10,5 10,2	300 320 290 296
IV qrup üzrə cəmi:	4	43,7	1206
13 il və daha çox	8 9	16,0 14,0	220 280
V qrup üzrə cəmi:	2	30,0	500
Ümumi yekun	**-**	**154,5**	**4595**

Aparılan hesablamaların nəticələrini aşağıdakı yekun cədvəlində belə vermək olar:

İş stajına görə fəhlə qrupları	***Fəhlələ-rin sayı (nəfər)***	***Fəhlələrin iş stajı (il)***		***Fəhlələrin orta aylıq əmək haqqı (min manat)***	
		cəmi	***1 fəhləyə düşən***	***cəmi***	***1 fəhləyə düşən***
1-4-dək	3	6,2	2,1	492	164
4-7-dək	6	32,4	5,4	1197	193,5
7-10-dək	5	42,2	8,4	1200	240
10-13-dək	4	43,7	10,9	1206	301,6
13 il və daha çox	2	30,0	15,0	500	250
Yekun:	**20**	**154, 5**	**7,7**	**4595**	**229,75**

Tipik məsələ 2. Tutaq ki, aşağıda verilmiş məlumata əsasən işçilərin orta siyahı sayına görə zavodları dörd qrupda qruplaşdırmaq tələb olunur:

Zavodların sıra №-si	**Əsas fondlar (mln.man.)**	**İşçilərin orta siyahı sayı (nəfər)**	**İstehsal edilmiş məhsul (mln.man.)**
1	1,8	339	3,7
2	2,4	269	2,9
3	4,5	435	6,4
4	4,9	505	5,6
5	2,8	283	2,8
6	1,6	200	1,9
7	2,0	274	2,5
8	4,7	341	4,5
9	1,7	200	2,0
10	3,2	360	3,2
11	7,2	385	8,6
12	5,2	600	6,2
13	2,0	267	3,2
14	3,9	468	4,3
15	5,3	595	6,4
16	3,3	253	1,3
17	1,3	227	2,5
18	3,8	418	4,0
19	3,1	302	2,5
20	4,6	528	6,5

Bu məsələni həll etmək üçün əvvəlcə yaradılacaq qruplar arasındakı fasilənin kəmiyyətini müəyyən edək:

$$d = \frac{600 - 200}{4} = \frac{400}{4} = 100 \text{ nəfər}$$

Bu o deməkdir ki, hər qrupun aşağı və yuxarı sərhəddi arasındakı fasilə 100-ə bərabərdir.

Bu fasilə əsasında qrupları aşağıdakı kimi təşkil etmək olar:

I qrup 200-300 nəfər

II qrup 300-400 nəfər

III qrup 400-500 nəfər

IV qrup 500 və daha çox

Qruplar məlum olduqdan sonra həmin zavodlara aid olan müvafiq göstəriciləri hesablamaq olar.

I. 200-dən 300 nəfərədək işçisi olan zavodlar üzrə:

a) bu qrupa daxil olan zavodların sıra nömrəsi: 2, 5, 6, 7, 9, 13, 16, 17 (cəmi 8 zavod);

b)əsas fondların dəyəri 2,4+2,8+1,6+20+1,7+2+3,3+1,3=17,1 mln.man

c)işçilərin orta siyahı sayı 269+283+200+274+200+267+ +253+227=1973 nəfər;

ç) istehsal edilmiş ümumi məhsul: 2,9+2,8+1,9+2,5+2,0+3,2+

+1,3 +2,5=19,1 mln.man.

II. 300-dən 400 nəfərədək işçisi olan zavodlar üzrə:

a) bu qrupa daxil olan zavodların sıra nömrəsi: 1, 8, 10,11, 19 (cəmi 5 zavod)

b) əsas fondların dəyəri: 1,8+4,7+3,2+7,2+3,1=20,0 mln.man.

c) işçilərin orta siyahı sayı: 339+341+360+385+302=1727 nəfər

ç) istehsal edilmiş ümumi məhsul: 3,7+4,5+3,2+8,6+2,5=22,5 mln.man

Eyni qayda ilə üçüncü və dördüncü qrupa aid olan göstəricilərdə hesablayıb alınan nəticəni aşağıdakı cədvəldə göstərmək olar:

İşçilərin sayına görə zavodların qruplaşdırılması	***Zavodların sayı (vahid)***	***Əsas fondlar (mln.man)***	***İşçilərin orta siyahı sayı (nəfər)***	***İstehsal edilmiş məhsul (mln.man)***
200-300	8	17,1	1973	19,1
300 - 400	5	20,0	1727	22,5
400-500	3	12,2	1321	14,7
500 nəfər və daha çox	4	20,0	2228	24,7
Cəmi	***20***	***69,3***	***7249***	***81,0***

Tipik məsələ 3. Tutaq ki, istehsal etdikləri məhsulun həcminə görə zavodların aşağıdakı qruplaşdırılması əvvəlcədən bizə məlumdur:

İstehsal edilmiş məhsulun həcminə görə zavod qrupları (min man.)	***Yekuna görə %-lə***	
	Zavodların sayı	***İstehsal edilmiş məhsul***
500-dək	2	1,8
500-600-dək	5	3,2
600-700-dək	8	4,5
700-900-dək	10	5,6
900-1100-dək	18	16,8
1100-1300-dək	27	27,2
1300-1500-dək	15	16,8
1500-2000-dək	8	10,8
2000-dən yuxarı	7	13,3
Cəmi:	***100***	***100***

Əvvəlcədən mövcud olan 9 qrup əvəzinə 500-dən 1000 - dək, 1000-dən 1500 - dək və 1500 və daha yuxarı olmaqla yeni üç qrup yaradaq:

Yeni yaratdığımız birinci qrupa (500-1000) əvvəlki cədvəldəki birinci dörd qrup və beşinci qrupun bir hissəsi daxil ediləcəkdir. Beşinci qrupun bir hissəsini bir qruppa daxil etmək üçün onu aşağıdakı iki yarımqrupa bölmək lazımdır: 900-dən 1000-dək və 1000 dən - 1100 dək. Bu yarımqrupların sayı (bizim misalda faiz) qruplaşdırmanın əsası üçün götürülmüş fasiləyə uyğun olaraq götürülür. Onda zavodların sayının yekuna görə faizi: 34-ə$(2+5+8+10+\frac{18}{2})$, istehsal etdiyi məhsulun yekuna görə faizi isə 23,5-ə $(1,8+3,2+4,5+5,6+\frac{16,8}{2})$ bərabər olacaqdır.

Həmin qayda ilə ikinci və üçüncü qrupa aid olan göstəriciləri də hesabladıqda aşağıdakı cədvəli alırıq:

İstehsal edilmiş məhsulun həcminə görə zavod qrupları (min man.)	***Yekuna görə %-lə***	
	Zavodların sayı	***İstehsal edilmiş məhsul***
500-dən-1000-dək	34	23,5
1000-dən 1500-dək	51	52,4
1500-və daha yuxarı	15	24,1
Cəmi:	***100***	***100***

Mütləq və nisbi kəmiyyətlərə aid məsələ həlli 4-cü mövzu

Tipik məsələ № 1. Çörək zavodunda məhsul istehsalı və əmək sərfinə dair aşağıdakı məlumatlar verilmişdir:

Məhsulun adı	***İstehsal edilmiş məhsul (ton)***	***Norma üzrə hər ton məhsula əmək sərfi (adam/-saat)***
Çovdar çörəyi	80	5
96 % buğda çörəyi	70	7
Baton çörəyi	40	13

Bu məlumata əsasən, bütün çörək məhsullarını şərti çovdar çörəyinə çevrilməklə, zavodun istehsal etdiyi məhsulun ümumi həcmini müəyyən edək:Məsələni həll etmək üçün əvvəlcə şərti məhsula çevirmə əmsallarını tapmaq lazımdır. Şərti məhsulun (yəni, bu misalda çovdar çörəyinin) hər vahidinə (tonuna) norma üzrə əmək məsrəfi 5 adam-saat olduğu üçün hər bir məhsullar əmək sərfini əks etdirən ədəd 5-ə bölünür. Belə ki, çevirmə əmsalları çovdar çörəyi üçün 5:5=1,0-ə, 96 %-li buğda çörəyi üçün 7:5=1,4-ə baton çörəyi üçün isə 13:5=2,6-ya bərabər olacaqdır. Bundan sonra hesablanmış əmsallardan istifadə etməklə istehsal edilmiş məhsulun həcmini şərti natural ifadədə (tonla) müəyyən etmək olar.

Şərti məhsulun həcmi

80x1=80 ton

70x14=98 ton

40x2,6=104 ton

Cəmi: 282 ton olacaqdır.

Burada sərf edilmiş adam-saatların miqdarı isə

5x80=400 adam-saat

7x70=490 adam-saat

13x40=520 adam-saat

Cəmi: 1410 adam-saat olacaqdır.

Vahidlərində ifadə olunan eyni adlı, lakin müxtəlif ölçülü məhsulların miqdarı haqqında məlumatı cəmləmək mümkün olmadığı halda şərti - natural ölçü vahidlərindən istifadə etməklə bütün istehsal edilmiş məhsulun ümumi həcmini əks etdirən ədədi müəyyən etmək mümkündür.

Tipik məsələ № 2. Ərzaq malları dükanında ayrı-ayrı əmtəə qruplarının satışına dair aşağıdakı məlumatlar verilmişdir (mln.*man.)*:

Əmtəə qrupları	***2005-ci il***	***2006-cı il***	***2007-ci il***	***2008-ci il***		***Tapşırıq üzrə 2009-cu ildə***
				tapş	***fakti***	

				ırı q	***ki***	
Süd məh-sulları	130	140	150	155	160	170
Ət və ət məhsulları	150	160	176	175	178	200
Qənnadı məmulatları	220	300	374	420	420	440
Cəmi:	**500**	**600**	**700**	**750**	**758**	**810**

Verilmiş məlumatlara əsasən 2008-ci ildə tapşırığın yerinə yetirməsi nisbi kəmiyyətini, 2009-cu il üçün tapşırıq nisbi kəmiyyətini, 2005-2008-ci illərdə dinamika nisbi kəmiyyətini (iki üsulla), 2007 və 2008-ci illər üçün quruluş nisbi kəmiyyətini hesablayaq:

Məsələnin həlli:

1.2008-ci ildə tapşırığın yerinə yetirilməsi nisbi kəmiyyəti:

Süd məhsulları üzrə 160x100:155=103,2 %

Ət və ət məhsulları üzrə 178x100:180=98,9 %

Qənnadı məmulatları üzrə 420x100:420=100,0 %

Hər üç əmtəə qrupları üzrə birlikdə 758 x 100:750=101,1 % olacaqdır

2.2009-cu il üçün tapşırıq nisbi kəmiyyəti:

Süd məhsulları üzrə: 170x100:160=106,2 %

Ət və ət məhsulları üzrə: 200x100:178=112,4 %

Qənnadı məmulatları üzrə: 440x100:420=104,8 %

Hər üç əmtəə qrupları üzrə birlikdə: 810x100:758=106,9%

3.2005-2008-ci illərdə dinamika nisbi kəmiyyəti:

Əsas qaydada: 2005-ci ildə – 100%

Süd məhsulları üzrə: 2006-cı ildə $\frac{140x100}{130} = 107,7\%$

2007-ci ildə $\frac{150x100}{130} = 115,4\%$

2008-ci ildə $\frac{160x100}{130} = 123,1\%$

2005-ci ildə – 100%

Ət və ət məhsulları üzrə: 2006-cı ildə $\frac{160x100}{150} = 106,7\%$

2007-ci ildə $\frac{176x100}{150} = 117,3\%$

2008-ci ildə $\frac{178x100}{150} = 118,6\%$

2005-ci ildə 100%

Qənnadı məmulatları üzrə:2006-cı ildə $\frac{300x100}{220} = 136,3\%$

2007-ci ildə $\frac{374x100}{220} = 170,0\%$

2008-ci ildə $\frac{420x100}{220} = 190,9\%$

2005-ci ildə 100%

Hər üç əmtəə qrupları üzrə birlikdə: 2006-cı ildə $\frac{600x100}{500} = 120,0\%$

2007-ci ildə $\frac{700x100}{500} = 140,0\%$

2008-ci ildə $\frac{758x100}{150} = 151,6\%$

Silsiləvi qaydada: 2005-ci ildə 100%

Süd məhsulları üzrə: 2006-cı ildə $\frac{140x100}{130} = 107,7\%$

2007-ci ildə $\frac{150x100}{140} = 107,1\%$

2008-ci ildə $\frac{160x100}{150} = 106,7\%$

2005-ci ildə

Ət və ət məhsulları üzrə: 2006-cı ildə $\frac{160x100}{150} = 106,7\%$

2008-ci ildə $\frac{178x100}{176} = 101\%$

2005-ci ildə 100%

Qənnadı məmulatları üzrə: 2006-cı ildə $\frac{300x100}{220} = 136,7\%$

2007-ci ildə $\frac{374x100}{300} = 124,6\%$

2008-ci ildə $\frac{420x100}{374} = 112,3\%$

Hər üç əmtəə qrupları üzrə birlikdə: 2006-cı ildə $\frac{600x100}{500} = 120,0\%$

2007-ci ildə $\frac{700x100}{600} = 116,6\%$

2008-ci ildə $\frac{758x100}{700} = 108,3\%$

2007 və 2008-ci illər üzrə quruluş nisbi kəmiyyətləri:

2006-cı *ildə:*

Süd məhsulları üzrə: $\frac{150x100}{700} = 21{,}4\%$

Ət və ət məhsulları üzrə: $\frac{176x100}{700} = 25{,}2\%$

Qənnadı məmulatları üzrə: $\frac{374x100}{700} = 53{,}4\%$

2008-ci ildə:

Süd məhsulları üzrə: $\frac{160x100}{758} = 21{,}1\%$

Ət və ət məhsulları üzrə: $\frac{178x100}{758} = 23{,}5\%$

Qənnadı məmulatları üzrə: $\frac{420x100}{758} = 55{,}4\%$

Quruluş göstərən nisbi kəmiyyətləri hesablayarkən nəzərə almaq lazımdır ki, məcmunun tərkib hissələri üzrə müəyyən edilmiş cavabların cəmi faizlə ifadə olunduqda 100 %-ə, əmsalla ifadə olunduqda isə 1-ə bərabər olmalıdır.

Tipik məsələ № 3. İki yaşayış məntəqəsində yaşayan əhalinin sayı və doğulanların cinsi tərkibi haqqında aşağıdakı məlumatlar verilmişdir:

Yaşayış məntə-qələri	***Əhalinin orta illik sayı (nəfər)***	***Doğulan uşaqların sayı (nəfər)***		
		cəmi	***o cümlədən***	
			oğlan	***qız***
№ 1	5000	115	55	60
№ 2	2000	50	32	18

Bu məlumatlara əsasən hər bir yaşayış məntəqəsi üzrə ayrılıqda intensivlik nisbi kəmiyyətini, kordinasiya nisbi kəmiyyətini və müqayisə nisbi kəmiyyətini hesablayaq.

1.İntensivlik göstərən nisbi kəmiyyət öyrənilən hadisənin sıxlığını, yayılma dərəcəsini və ya onun intensivliyini göstərir. Verilmiş məsələdə doğumun intensivliyini müəyyən etmək üçün doğulanların sayını əhalinin orta illik ümumi sayına bölüb promillə ifadə etmək üçün 1000-ə vurmaq lazımdır:

1 №-li yaşayış mənqətəsində: $\frac{115x1000}{5000} = 23{,}4\%\circ$

2 №-li yaşayış məntəqəsində: $\frac{50x1000}{2000} = 25\%\circ$

2.Kordinasiya nisbi kəmiyyəti öyrənilən statistika məcmuunun bir tərkib hissəsinin o biri tərkib hissəsinə nisbətidir. Bu nisbi kəmiyyət hadisənin müqayisə edilən hissəsinin hadisənin müqayisə üçün əsas götürülmüş hissəyə nisbətən nə dərəcədə çox və ya az olmasını göstərir.

Məsələnin məlumatlarına əsasən doğulan hər min oğlan uşağına düşən qızların sayı:

1 №-li yaşayış mənqətəsində: $\frac{55x1000}{60} = 917$ няфяр

2 №-li yaşayış məntəqəsində: $\frac{32x1000}{18} = 1777$ няфяр

3.Müqayisə nisbi kəmiyyəti eyni adlı hadisənin müxtəlif ərazi və ya mühitlərdə səviyyəsinin nisbətini göstərir. Məsələnin məlumatlarına əsasən 1 №-li yaşayış məntəqəsində 2 №-li məntəqəyə nisbətən

əhalinin sayı $\frac{5000}{2000} = 2,5$dəfə çox;

doğum səviyyəsi $\frac{23,4}{25} = 0,92$ və ya 8 % az;

hər min nəfər oğlan uşağına düşən qızların sayı $\frac{917}{1777} = 0,51$ və ya 49 % az olmuşdur.

Orta kəmiyyətlərə aid məsələ həlli 5-ci mövzu

Tipik məsələ № 1. Fasiləli sıra üzrə verilmiş aşağıdakı məlumatlara əsasən sex işçilərinin orta hesabla istehsal normalarının yerinə yetirilmə faizini hesablayaq:

İstehsal normalarının yerinə yetirilməsi faizinə görə işçilərin qruplaşdırılması, variant (x)	***İşçilərin sayı, tezlik***
100-dək	8
100-110-dək	20
110-120-dək	15
120-dən çox	7
Yekun	**50**

Sex üzrə ümumilikdə istehsal normalarının orta hesabla neçə faiz yerinə yetirildiyini hesablamaq üçün öncə fasilənin orta qiymətini (fasilə mərkəzini) müəyyən etmək lazımdır. Fasilənin orta qiyməti fasilənin aşağı və yuxarı sərhədlərinin cəmini 2-yə bölməklə müəyyən edilir.

I qrupun məlumatları yuxarıdakı şəkildə (yəni açıq fasilə şəklində) verildikdə həmin fasilənin böyüklüyü şərti olaraq qonşu II qrupun fasiləsinin kəmiyyəti kimi qəbul edilir. Onda I qrupun variantını şərti olaraq 90-100 (yəni 100-10=90) və IV qrupun variantını isə 120-130 (120+10=130) faiz arasında qəbul etmək olar.

Ayrı-ayrı qruplar üzrə fasilənin orta qiyməti:

I qrup üzrə: $\frac{90+100}{2} = \frac{190}{2} = 95\%$

II qrup üzrə: $\frac{100+110}{2} = \frac{210}{2} = 105\%$

III qrup üzrə: $\frac{110+120}{2} = \frac{230}{2} = 115\%$

IV qrup üzrə: $\frac{120+130}{2} = \frac{250}{2} = 125\%$ təşkil edir.

İndi isə hər qrup üzrə işçilərin sayını məhsul istehsalına hasilini hesablayaq.

I qrup üzrə: 8x95=760

II qrup üzrə: 20x105=2100

III qrup üzrə: 15x115=1725

IV qrup üzrə: 7x125=875

Aparılmış hesablamaların nəticəsini cədvldə əks etdirsək aşağıdakıları alarıq:

İstehsal normalarının yerinə yetirməsi faizinə görə işçilərin qruplaşdırılması, variant	***işçilərin sayı, tezlik f***	***Fasilənin orta qiymə-ti variant x***	***Tezliyin varianta hasili xf***
90-100	8	95	760
100-110	20	105	2100
110-120	15	115	1725
120-130	7	125	875
Yekun:	**50**	**-**	**5460**

Hasilat normasının orta hesabla neçə faiz yerinə yetirildiyini çəkili hesabi orta kəmiyyətin düstürü əsasında hesablasaq, onda:

$\overline{x} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f} = \frac{8x95+20x105+15x115+7x125}{8+20+15+7} = \frac{760+2100+1725+875}{50} == \frac{5460}{50} = 109{,}2\%$ olar.

Deməli, bütövlükdə sex üzrə işçilərin orta aylıq normalarının yerinə yetirilməsi 5460:50=109,2 % təşkil edəcəkdir.

Tipik məsələ № 2. Aşağıdakı verilmiş məlumatlara əsasıən fəhlələrin orta aylış əmək haqqının səviyyəsini adi və an (moment) üsulu ilə hesablayaq:

Aylıq əmək haqqının səviyyəsinə görə fəhlə qrupları (min manat)	***Fəhlələrin sayı (nəfər)***	***Orta fasilə***
100-120	20	110
120-140	30	130
140-160	60	150
160-180	50	170
180-200	40	190
Yekun	**200**	**-**

Bu məsələdə orta əmək haqqını hesablamaq üçün bütün fəhlələrin əmək haqqının cəmini fəhlələrin sayına bölmək lazımdır. Bütün fəhlələrin əmək haqqının cəmini müəyyən etmək üçün variantı, yəni

hər bir qrupdakı fəhlələrin aylıq əmək haqqını həmin variantın çəkisinə, yəni müvafiq qrupdakı fəhlələrin sayına vurub, nəticələri cəmləmək lazımdır.

Deməli, fəhlələrin orta aylıq əmək haqqı:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f} = \frac{110x20+130x30+150x60+170x50+190x40}{20+30+60+50+40} =$$

$$= \frac{31200}{200} = 156\text{min manat təşkil edər.}$$

Fəhlələrin orta aylıq əmək haqqını an (moment) üsulu ilə hesablamaq üçün köməkçi cədvəldən istifadə edək. Belə ki, düsturdakı əməliyyatları cədvəldə yerinə yetirmək, işi xeyli asanlaşdırır.

Aylıq ə/h-nın səviyyəsinə görə fəhlə qrupları (min man.)	***Orta fasilə***	***Fəhlələrin sayı f^2***	***x-A A=150***	$\bar{x} = \frac{\Sigma \bullet x}{н} = \frac{626 +}{=}$ ***d=20***	***(x - A д)f***
100-120	110	20	-40	-2	-40
120-140	130	30	-20	-1	-30
140-160	150	60	0	0	0
160-180	170	50	20	1	50
180-200	190	40	40	2	80
Yekun	**-**	**200**	**-**	**-**	**60**

Qeyd: Sabit ədəd (A) kimi, adətən ortada yerləşən və ən yüksək xüsusi çəkiyə malik olan variant, d kimi isə qruplar arasında olan bərabər fasilənin kəmiyyəti götürülür.

Buradan an (moment) üsulu ilə orta aylıq əmək haqqı

$$\bar{X} == \frac{\Sigma\left(\frac{X-A}{d}\right)f}{\Sigma f} \cdot h + A =$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma(\frac{\tilde{o} - \grave{A}}{\ddot{a}})f}{\Sigma f} xd + A = \frac{60}{200} x20 + 150 = 6 + 150 = 156 \text{ min manat təşkil edər.}$$

Tipik məsələ № 3. Tutaq ki, fəhlələrin sayı və əmək haqqına dair aşağıdakı məlumat verilmişdir:

Briqadaların №-si	***Aprel ayında***		***May ayında***	
	Əmək haqqı (min manat)	***Fəhlələrin sayı (nəfər)***	***Əmək haqqı (min manat)***	***Əmək haqqı fondu (min manat)***
1	110	15	118	1888
2	130	18	132	2640

3	150	17	155	2325
Yekun	**-**	**50**	**-**	**6853**

Verilmiş məlumatlara əsasən aprel və may ayı üçün bütün briqadalar üzrə orta aylıq əmək haqqını hesablayaq.

Məlumdur ki, orta aylıq əmək haqqını hesablamaq üçün bütün fəhlələrin əmək haqqının cəmini fəhlələrin sayına bölmək lazımdır. Bizim misalımızda aprel ayında ayrı-ayrı variantların çəkiləri məlum olduğuna görə orta aylıq əmək haqqı hesabı orta kəmiyyətin çəkili düsturu ilə müəyyən edilməlidir:

$\bar{x} = \frac{\Sigma x\phi}{\Sigma\phi} = \frac{110x15+130x18+150x17}{50} = \frac{6540}{50} = 130{,}8$min manat

May ayında isə ayrı-ayrı variantların çəkiləri, yəni fəhlələrin sayı haqqında məlumat verilmədiyinə görə orta aylıq əmək haqqını harmonik orta kəmiyyətin çəkiili düsturu ilə müəyyən etmək lazımdır:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma M}{\Sigma \frac{M}{X}} = \frac{1888 + 2640 + 2325}{\frac{1888}{118} + \frac{2640}{132} + \frac{2325}{155}} = \frac{6853}{16 + 20 + 15} = \frac{6853}{51} =$$

= 134,4 min man.

Tipik məsələ № 4. Bərabər fasiləli sıra üzrə aşağıdakı verilmiş məlumatlara əsasən işçilərin orta aylıq əmək haqqını, moda və medianını hesablayaq.

Əmək haqqının həcminə görə işçi qrupları, min man.	***İşçilərin sayı, tezlik (nəfər)***
60-70	3
70-80	3
80-90	2
90-100	6
100-110	9
110-120	19
120-130	55
130-140	33
Yekun:	**130**

Məsələni həll etmək üçün əvvəlcə hər qrup üzrə fasilənin orta qiymətini müəyyən edək:

I qrup üzrə: $\frac{60+70}{2} = \frac{130}{2} = 65$ min man.

II qrup üzrə: $\frac{70+80}{2} = \frac{150}{2} = 75$ min man.

III qrup üzrə: $\frac{80+90}{2} = \frac{190}{2} = 85$ min man.

IV qrup üzrə: $\frac{90+100}{2} = \frac{190}{2} = 95$ min man.

V qrup üzrə: $\frac{100+110}{2} = \frac{210}{2} = 105$ min man.

VI qrup üzrə: $\frac{110+120}{2} = \frac{230}{2} = 115$ min man.

VII qrup üzrə: $\frac{120+130}{2} = \frac{250}{2} = 125$ min man.

VIII qrup üzrə: $\frac{130+140}{2} = \frac{270}{2} = 135$ min man.

Fasilənin orta qiyməti məlum olduqdan sonra o özünün tezliyinə (çəkisinə) qurulub cəm olunur.. Başqa sözlə çəkili hesabi orta kəmiyyət kimi hesablanır.

Ayrı-ayrı qruplar üzrə əmək haqqının məbləğini hesablayaq:

I qrup üzrə: 3 x65=195 min man.

II qrup üzrə: 3 x75=225 min man.

III qrup üzrə: 2 x85=170 min man.

IV qrup üzrə: 6 x95=570 min man.

V qrup üzrə: 9 x105=945 min man.

VI qrup üzrə:19x115=2185 min man.

VII qrup üzrə:55x125=6875 min man.

VIII qrup üzrə:33x135=4455 min man.

Hesablamanın nəticələrini aşağıdakı cədvəldə verək:

Əmək haqqının həcminə görə işçi qrupları min man.	***İşçilərin sayı, tezlik (çəki)*** ***F***	***Fasilənin orta qiyməti, variant*** ***X***	***Əmək haqqının məbləği (tezliyin variantia vurma hasili-xf***
60-70	3	65	195
70-80	3	75	225
80-90	2	85	170
90-100	6	95	570
100-110	9	105	945
110-120	19 f1	115	2185
120-130	55 f2	125	6875
130-140	33 f3	135	4455
Yekun:	130	-	15620

Buradan da ümumi əmək haqqının məbləğini (15620 min man.) müəssisədəki fəhlələrin ümumi sayına (130 nəfər) böldükdə hər bir fəhlənin orta aylıq əmək haqqının

$\bar{x} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f} = \frac{15620}{130} = 120{,}1$min man. olduğunu taparıq.

Fasiləli variasiya sırasında moda aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$M_0 = X_0 + h\frac{f_2 - f_1}{(f_2 - f_1) + (f_2 - f_3)}:$$

Xatırladaq ki, moda öyrənilən hadisədə ən çox təsaduf edilən variantdır. Sıraya baxmaqla müəyyən etmək olar ki, moda VII variantda 120 ilə 130 arasındadır, çünki bu qrup ən yüksək tezliyə malikdir. Yuxarıdakı düstur əsasında modanı müəyyən edək. Verilmiş məlumata əsasən burada:

x_0=120 (moda olan variantda fasilənin aşağı sərhəddi);

d = 10 (fasilənin böyüklüyü);

f_1=19 (moda olan variantdan əvvəlki variantın çəkisi);

f_2= 55 (moda olan variantın çəkisi);

f_3=33 (moda olan variantdan sonra gələn variantın çəkisi bərabərdir).

Bu zaman modanın qiyməti

$M_0 = 120+10\ \frac{55 - 19}{(55 - 19) + (55 - 33)} = 120 + 10\frac{36}{36 + 22} =$

=120+(10x0,62) =120+6,2=126,2 % olar.

Fasiləli variasiya sıralarında mediana aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$M_e = X_0 + h\frac{\frac{\sum f}{2} - S_{m-1}}{f_m}$$

Mediana olan variantı aşkar etmək üçün son variantın artan yekunla çəkisini 2-yə bölüb, alınmış ədədi artan yekunla çəkilərin sırasında axtarmaq lazımdır. Həmin ədəd hansı variantda olarsa, mediana da həmin variantdadır. Artan yekunla çəkiləri hesablamaq üçün aşağıdakı köməkçi cədvəldən istifadə edək:

Əmək haqqının həcminə görə işçi qrupları (min man.)	***İşçilərin sayı (nəfər)***	***Artan yekunla çəki***
60 – 70	3	3
70 – 80	3	6
80 – 90	2	8

90 – 100	6	14
100 – 110	9	23
110 – 120	19	42
120 – 130	55	97
130 – 140	33	130
Yekun	**130**	**-**

Qeyd: Artan yekunlaçəkiləri hesablayarkən hər variantın çəkisini özündən əvvəlki variantların çəkiləri ilə cəmləmək lazımdır.

Göründüyü kimi, son variantın artan yekunla çəkisi 130-a bərabərdir. Əgər onu 2-yə bölüb aldığımız 65 ədədini artan yekunla çəkilərin sırasında axtarsaq, onun VII sırada olduğunu görərik. Deməli, medianada bu variantdadır.Burada

x_0=120 (mediana fasiləsinin aşağı sərhəddini);

d = 10 (fasilənin kəmiyyətini);

Σf = 130 (çəkilərin cəmini);

S_{m-1} = 42 (mediana olan variantdan əvvəlki variantların artan yekunla çəkisini);

fm = 55 (mediana olan variantın çəkisini) bərabərdir.

Bu qiymətləri düsturda yerinə yazsaq, onda mediana

$$M_e=120+10\frac{\frac{130}{2}-42}{55}=120+10õ\frac{65-42}{55}=120+(10õ0,41)=$$

=120+4,1=124,1 % olar.

Tipik məsələ № 5. Aşağıdakı verilmiş məlumatlara əsasən normalaşdırılmış dövriyyə vəsaitlərinin orta illik dəyərini müəyyən edək. (Hər ayın 1-nə qalıq min manatla):

Yanvar	520	İyul	520
Fevral	540	Avqust	550
Mart	535	Sentyabr	510
Aprel	525	Oktyabr	530
May	570	Noyabr	560
İyun	560	Dekabr	580
		Yanvar	540

Məsələni həll etmək üçün (belə halda) xronoloji orta kəmiyyətin $x = \left(\frac{\frac{1}{2}x_1 + x_2 + \ldots \frac{1}{2}x_н}{н-1}\right.$ düsturundan istifadə etmək lazımdır.

Düsturdan istifadə edərək normallaşdırılmış dövriyyə vəsaitlərinin orta illik həcmini müəyyən edək:

$$\bar{x} = \frac{\frac{1}{2}x520 + 540 + 535 + 525 + 570 + 560 + 520 + 550 + 510 + 530 + 560 + 580 + \frac{1}{2}x540}{13-1} =$$

$$= \frac{6510}{12} = 542{,}5 \text{ min man.}$$

VARIASIYA GÖSTƏRICILƏRINƏ AID MƏSƏLƏ HƏLLI: 6- CI MÖVZU

TIPIK MƏSƏLƏ № 1. İKI FABRIK ÜZRƏ IŞÇILƏRIN (HƏR FABRIKDƏ BEŞ NƏFƏR OLMAQLA) EYNI NÖV DETAL ISTEHSALINA DAIR AŞAĞIDAKI MƏLUMATLAR VERILMIŞDIR:

IFABRIK		***II fabrik***	
İŞÇILƏRIN TABEL №-SI	***HAZIRLANMIŞ DETALLARIN SAYI (ƏDƏD)***	***İŞÇILƏRIN TABEL №SI***	***HAZIRLANMIŞ DETALLARIN SAYI (ƏDƏD)***
612	50	653	100
613	80	655	110
615	90	656	120
616	130	658	130
617	180	659	140

VERILMIŞ MƏLUMATLARA ƏSASƏN:

1.ORTA HESABLA BIR IŞÇIYƏ DÜŞƏN MƏHSUL ISTEHSALINI;

2.VARIASIYA GENIŞLIYINI;

3.ORTA XƏTTI KƏNARLAŞMANI (UZAQLAŞMANI);

4.DISPERSIYANI;

5.ORTA KVADRATIK UZAQLAŞMANI;

6.VARIASIYA ƏMSALINI HESABLAYAQ.

I FABRIKIN MƏLUMATLARINA ƏSASƏN MƏSƏLƏNIN HƏLLINƏ BAXAQ.

1) BU MƏSƏLƏDƏ VARIANTLARIN ÇƏKILƏRI EYNI OLDUĞU ÜÇÜN SADƏ DÜSTURLARDAN ISTIFADƏ EDILMƏLIDIR. BU ZAMAN ORTA HESABLA BIR IŞÇIYƏ DÜŞƏN MƏHSUL ISTEHSALINI AŞAĞIDAKI KIMI HESABLAMAQ OLAR:

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}}{н} = \frac{50 + 80 + 90 + 30 + 180}{5} = \frac{530}{5} = 106 \text{ ƏDƏD}$$

2) VARIASIYA GENIŞLIYI $R=X_{MAX} - X_{MIN}$ DÜSTURU ILƏ HESABLANIR. MÖVCUD MƏSƏLƏDƏ ƏLAMƏTIN MAKSIMUM QIYMƏTI 180, MINIMUM QIYMƏTI 50 OLDUĞU ÜÇÜN VARIASIYA GENIŞLIYI

R=180-50 =130 (ƏDƏD) BƏRABƏRDIR.

SONRAKI HESABLAMALAR APARMAQ ÜÇÜN AŞAĞIDAKI KÖMƏKÇI CƏDVƏLI TƏRBIB EDƏK.

X	50	80	90	130	180	CƏMI:
$X - \bar{X}$; ($\bar{X}$ =106)	-56	-26	-16	24	74	-
$\|X - \bar{X}\|$	56	26	16	24	74	196
$(X - \bar{X})^2$	3136	676	256	576	5476	10120

3) ORTA XƏTTI UZAQLAŞMA ($\bar{д}$)

$$\bar{d} = \frac{\sum \left| x - \bar{x} \right|}{n} = \frac{196}{5} = 39{,}2 \text{ DETAL}$$

4) DISPERSIYA (δ^2)

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (x - \bar{x}_i)^2}{n} = \frac{10120}{5} = 2024$$

5) ORTA KVADRATIK UZAQLAŞMA:

$\delta = \sqrt{2024} = 44{,}9$ DETAL

VARIASIYA ƏMSALI (V)

$$V = \frac{\delta}{x} x100 = \frac{44{,}9}{106} x100 = 42{,}3\%$$

EYNI QAYDA ILƏ II FABRIK ÜZRƏ DƏ MÜVAFIQ GÖSTƏRICILƏRI HESABLAMAQ OLAR.

TIPIK MƏSƏLƏ № 2. SƏNAYE MÜƏSSISƏLƏRINDƏN BIRINDƏ ƏSAS FONDLARIN HƏCMINƏ DAIR AŞAĞIDAKI MƏLUMATLAR VERILMIŞDIR:

ƏSAS FONDLARIN HƏCMİNƏ GÖRƏ SƏ-NAYE MÜƏSSİSƏ-LƏRİNİN QRUPLAŞ-MASI (MLN.MAN.)	1-3 2	3-5 4	5-7 6	7-9 8	9-11 10	11 DAHA ÇOX 12	YE-KUN
MÜƏSSISƏLƏRIN SAYI (YEKUNA GÖRƏ FAIZLƏ)	10	35	30	10	10	5	100

VERILMIŞ MƏLUMATLARA ƏSASƏN:

1) ORTA XƏTTI UZAQLAŞMANI;

2) DISPERSIYANI;

3) ORTA KVADRATIK UZAQLAŞMANI;

4) VARIASIYA ƏMSALINI HESABLAYAQ.

MƏSƏLƏNIN HƏLLI:

BU MƏSƏLƏDƏ VARIANTLARIN ÇƏKILƏRI MÜXTƏLIF OLDUĞUNA GÖRƏ ÇƏKILI DÜSTURLARDAN ISTIFADƏ OLUNMALIDIR. ƏVVƏLCƏ ORTA KƏMIYYƏTI HESABLAYAQ:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f} = \frac{580}{100} = 5{,}8 \text{ MLN.MANAT}$$

HESABLAMA APARMAQ MƏQSƏDILƏ AŞAĞIDAKI KÖMƏKÇI CƏDVƏLI TƏRTIB EDƏK:

ƏSAS FONDLAR MLN MAN	***FASILƏNİN ORTA QIYMƏTİ***	***MÜƏSSİSƏNİN SAYI %-LƏ***	***XF***	***X-$\bar{x}$***	***/X-$\bar{x}$/***	***/X-$\bar{x}$ /F***	***(X-$\bar{x}$)^2***	***(X-$\bar{x}$)^2 f***
1-3	2	10	20	-3,8	3,8	38	14,44	144,4
3-5	4	35	140	-1,8	1,8	63	3,24	113,4
5-7	6	30	180	0,2	0,2	6	0,04	1,2
7-9	8	10	80	2,2	2,2	22	4,84	48,4
9-11	10	10	100	4,2	4,2	42	17,64	176,4
11-13	12	5	60	6,2	6,2	31	38,44	192,2
CƏMI	-	100	580	-	-	202	78,64	676

ORTA XƏTTI UZAQLAŞMA:

$$\bar{д} = \frac{\Sigma|x - \bar{x}|f}{\Sigma ф} = \frac{202}{100} = 2{,}02 \text{ MLN.MANAT}$$

DISPERSIYA:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{676}{100} = 6{,}76$$

ORTA KVADRATIK UZAQLAŞMA

$$\delta = \sqrt{\frac{\Sigma(x - \bar{x})^2 f}{\Sigma f}} = \sqrt{6{,}76} = 2{,}6 \text{ MLN.MAN.}$$

VARIASIYA ƏMSALI

$$V = \frac{2{,}6}{5{,}8} x100 = 44{,}8\%$$

TIPIK MƏSƏLƏ № 3. İSTEHSAL ETDIKLƏRI MƏHSULUN HƏCMINƏ GÖRƏ FƏHLƏLƏR AŞAĞIDAKI KIMI BÖLÜŞDÜRÜLMÜŞDÜR:

FƏHLƏLƏRIN QRUPLARI	***MƏHSUL ISTEHSALI (ƏDƏDLƏ), (X)***	***FƏHLƏLƏRIN SAYI (NƏFƏRLƏ), (F)***
I XÜSUSI IXTISAS HAZIRLIĞI KEÇMƏYƏN FƏHLƏLƏR	8 10 11 12	8 11 6 15
I QRUP ÜZRƏ CƏMI	41	40
II XÜSUSI IXTISAS HAZIRLIĞI KEÇƏN FƏHLƏLƏR	14 15 16 18	17 18 14 11
II QRUP ÜZRƏ CƏMI	63	60
YEKUN	104	100

BU MƏLUMATLARA ƏSASƏN QRUPLARARASI VƏ QRUPDAXILI DISPERSIYANI HESABLAYAQ:

BUNUN ÜÇÜN ƏVVƏLCƏ AŞAĞIDAKILARI HESABLAYAQ:

I QRUP ÜZRƏ ORTA HASILAT:

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} = \frac{8x8 + 10x11 + 11x6 + 12x15}{8 + 11 + 6 + 15} = \frac{420}{40} = 10{,}5 \text{ ƏDƏD}$$

II QRUP ÜZRƏ ORTA HASILAT:

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum x_2 f_2}{\sum f_2} = \frac{14x17 + 15x18 + 16x14 + 18x11}{17 + 18 + 14 + 11} = \frac{930}{60} = 15{,}5 \text{ ƏDƏD}$$

HƏR IKI QRUP ÜZRƏ ORTA HASILATI:

$$\bar{x} = \frac{8x8 + 10x11 + 11x6 + 12x15 + 14x17 + 15x18 + 16x14 + 18x11}{8 + 11 + 6 + 15 + 12 + 18 + 14 + 11} = 13{,}5 \quad \text{ƏDƏD.}$$

ÜMUMI DISPERSIYA:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{803}{100100} = 8{,}03$$ HESABLAYAQ.

SONRA ISƏ QRUPLARARASI VƏ QRUPDAXILI DISPERSIYANI HESABLAMAQ ÜÇÜN AŞAĞIDAKI KÖMƏKÇI CƏDVƏLI QURAQ:

FƏHLƏLƏRIN QRUPLARI	MƏHSUL IS-TEHSALI ƏDƏD-LƏ(X_I)	FƏHLƏ-LƏRIN SAYI (NƏ-FƏR-LƏ) (F_I)	X_IF_I	$X_I-\bar{x}_и$	$(X_I-\bar{x}_и)^2$	$(X_I-\bar{x}_и)^2F$
I XÜSUSI IXTISAS HAZIRLI-ĞI KEÇMƏ-YƏN FƏHLƏLƏR	8 10 11 12	8 11 6 15	64 110 66 180	-2,5 -0,5 0,5 1,5	6,25 0,25 0,25 2,25	50,00 2,75 1,50 33,75
I QRUP ÜZRƏ CƏMI	41	40	420	-	-	88,00
II XÜSUSI IXTISAS HAZIRLI-ĞI KEÇƏN FƏHLƏLƏR	14 15 16 18	17 18 14 11	238 270 224 198	-1,5 -0,5 0,5 2,5	2,25 0,25 0,25 6,25	38,25 4,50 3,50 68,75
II QRUP ÜZRƏ CƏMI	63	60	930	-	-	115,00
YEKUN	104	100	1350			203,00

CƏDVƏLIN MƏLUMATLARINA ƏSASƏN QRUPDAXILI DISPERSIYA:

I QRUP ÜZRƏ: $\delta_1^2 = \frac{\Sigma(x_1 - \bar{x}_1)^2 f_1}{\Sigma f_1} = \frac{88,00}{40} = 2,2$

II QRUP ÜZRƏ: $\delta_2^2 = \frac{\Sigma(x_2 - \bar{x}_2)^2 f_2}{\Sigma f_2} = \frac{115,0}{60} = 1,917$ OLACAQDIR.

HƏR BIR QRUP ÜZRƏ DISPERSIYA ƏSASƏN ORTA QRUPDAXILI DISPERSIYANI HESABLAYAQ:

$$\bar{\delta}_i^2 = \frac{\Sigma \delta_i^2 f_i}{\Sigma f_i} = \frac{2{,}2x40 + 1{,}917x60}{40 + 60} = \frac{203}{100} = 2{,}03$$

HESABLAMALARDAN DA GÖRÜNÜR KI, XÜSUSI IXTISMAS HAZIRLIĞI KEÇƏNLƏRIN ORTA HASILATI (15,5), BELƏ HAZIRLIQ KEÇMƏYƏN FƏHLƏLƏRIN MÜVAFIQ GÖSTƏRICISINƏ NISBƏTƏN (10,5) XEYLI YÜKSƏKDIR. BU AMILIN TƏSIRINI ÖYRƏNMƏK ÜÇÜN QRUPLARARASI DISPERSIYANI HESABLAYAQ:

$$\delta_{q.a}^{\ 2} = \frac{\Sigma(\bar{x}_i - \bar{\text{o}})^2 f_i}{\Sigma f_i} = \frac{(10{,}5 - 13{,}5)^2 x40 + (15{,}5 - 13{,}5)^2\ x60}{40 + 60} =$$

$$= \frac{600}{100} = 6{,}0$$

DISPERSIYANIN CƏMLƏMƏ QAYDASINA GÖRƏ:

$$\delta^2 = \bar{\delta}_i^2 + \delta_{q.a}^{\ 2} = 2{,}03 + 6{,}0 = 8{,}03$$

ALINMIŞ ƏDƏD HESABLANMIŞ ÜMUMI DISPERSIYAYA UYĞUN GƏLIR.

TIPIK MƏSƏLƏ № 4. BIR FERMER TƏSƏRRÜFATINDA PAMBIĞIN MƏHSULDARLIĞI AŞAĞIDAKI MƏLUMATLA XARAKTERIZƏ OLUNUR:

MƏHSULDARLIQ (HƏR HEKTARDAN SENTNERLƏ)	***ƏKIN SAHƏSI (HA)***
16 – 20	20
20 -24	25
24 – 28	40
28 – 32	55
32 – 36	80
36 – 40	54
40 VƏ DAHA ÇOX	26
YEKUN	300

BU MƏLUMATLARA ƏSASƏN AN (MOMENT) ÜSULU ILƏ ORTA MƏHSULDARLIĞI VƏ DISPERSIYANI HESABLAYAQ.

BU GÖSTƏRICILƏRI HESABLAMAQ ÜÇÜN YUXARIDAKI CƏDVƏLIN MƏLUMATLARINA ƏSASƏN AŞAĞIDAKI KÖMƏKÇI CƏDVƏLI QURAQ.

MƏHSUL-DARLIQ (HƏR HEK-TARDAN SENTNERLƏ)	ƏKIN SAHƏSI (HA)	ORTA FASILƏ	X-A A=30	$\frac{x - A}{д}$ D=4	$(\frac{x - A}{д})ф$	$\left(\frac{x - A}{д}\right)^2$	$\left(\frac{x - A}{д}\right)^2 ф$
1	2	3	4	5	6	7	8
16 – 20	20	18	-12	- 3	-60	9	180
20 – 24	25	22	- 8	- 2	-50	4	100
24 – 28	40	26	- 4	- 1	-40	1	40
28 – 32	55	30	0	0	0	0	0
1	2	3	4	5	6	7	8
32 – 36	80	34	4	1	80	1	80
36 – 40	54	38	8	2	108	4	216
40 VƏ DAHA ÇOX	26	42	12	3	78	9	234
YEKUN	300	-	-	-	116	-	850

AN (MOMENT) ÜSULU ILƏ ORTA MƏHSULDARLIQ:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma(\frac{x - À}{\partial}) f}{\Sigma f} x\partial + A = \frac{116}{300} x4 + 30 = 1{,}5 + 30 = 31{,}5 \text{ SENTNER}$$

AN (MOMENT) ÜSULU DISPERSIYA ISƏ :

$$\delta^2 = \frac{\Sigma(\frac{x - À}{\partial})^2 f}{\Sigma f} x\partial^2 - (\bar{õ} - A)^2 = \frac{850}{300} x4^2 - (31{,}5 - 30)^2 =$$

$= 44{,}8 - 2{,}25 = 42{,}55$ TƏŞKIL EDƏR.

Seçmə müşahidəsi 7-ci mövzu

Tipik məsələ № 1. Tikinti təşkilatında çalışan 2500 nəfər fəhlədən 50 nəfərinin tarif dərəcəsi təsadüfi təkrar olunmayan seçmə üsulu ilə tədqiq edilmişdir. Seçmə tədqiqatı nəticəsində fəhlələrin tarif dərəcəsi aşağıdakı kimi olmuşdur:

Fəhlələrin tarif dərəcəsi	1	2	3	4	5	6
Fəhlələrin sayı (nəfərlə)	9	10	13	10	6	2

Bu məlumatlara əsasən 0,997 ehtimalı ilə seçmə ortanın səhvini və seçmə səhvinin mümkün olan hüdudlarını hesablayaq.

Bu məsələni həll etmək üçün əvvəlcə seçməyə məruz qalan fəhlələrin orta tarif dərəcəsini və seçmə məcmunun dispersiyasını hesablamaq lazımdır. Bunun üçün aşağıdakı köməkçi cədvəldən istifadə edək:

Tarif dərəcələri (x)	***Fəhlələrin sayı (f)***	***xf***	$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$	$(x-x)^2f$
1	9	9	-2,0	4	36
2	10	20	-1,0	1	10
3	13	39	0	0	0
4	10	40	+1,0	1	10
5	6	30	+2,0	4	24
6	2	12	+3,0	9	18
Cəmi:	50	150	-	-	98

Fəhlələrin orta tarif dərəcəsi:

$$\tilde{x} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f} = \frac{150}{50} = 3{,}0 \text{ dərəcə}$$

Seçmə məcmuyun dispersiyası:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}$$ =1.96 dərəcə olacaqdır.

Seçmə təkrar olmayan qaydada aparıldığı üçün seçmənin orta səhvi aşağıdakı kimi hesablanacaqdır:

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta_0^2}{n}(1 - \frac{n}{N})} = \sqrt{\frac{1{,}98}{50}(1 - \frac{50}{2500})} \approx 0{,}028$$ dərəcə

İndi isə 0,997 ehtimalı isə seçmə səhvinin mümkün olan hüdudlarını hesablayaq.

Ehtimalların inteqralları cədvəlinə əsasən ρ=0,997 olduqda t=3 olur.Δ_x=tμ olduğunu bilərək: Δ_x=0,028x3=0,084 dərəcə olur.

Orta tarif dərəcələrinin mümkün olan hüdudları:

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm \Delta_x = 3 \pm 0{,}084$$

$$\bar{x} = 3 + 0{,}084 = 3{,}084 \text{ dərəcə}$$

$$\bar{x} = 3 - 0{,}084 = 2{,}916 \text{ dərəcə}$$

Deməli, baş məcmuda orta tarif dərəcəsi 2,916 ilə 3,084 dərəcə arasında olacaqdır.

Tipik məsələ № 2. Pambıq sahəsində açılmış 200 pambığın çəkisi təsadüfi təkrar olunan seçmə üsulu ilə yoxlanılmışdır. Yoxlama nəticəsində məlum olmuşdur ki, hər pambığın orta çəkisi 30 qramdır. Dispersiyanın 4 qram olduğunu bilərək 0,954 ehtimal ilə baş məcmuda olan pambığın orta çəkisinin mümkün ola biləcək hüdudlarını müəyyən edək.

Bu məsələni həll etmək üçün əvvəlcə seçmənin orta səhvini hesablayaq. Seçmə təkrar olunan qaydada aparıldığı üçün hesablama aşağıdakı kimi olacaqdır:

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta_o^2}{n}} = \sqrt{\frac{4^2}{200}} = 0{,}28 \text{ qram}$$ duzgun cavab 0.14

0,954 ehtimalda t=2 olduğu üçün seçmənin orta xətası (səhvi) Δ_x=tμ düsturuna əsasən

Δ_x = 2x0,14=0,28 qram olacaqdır.

Baş orta kəmiyyətin mümkün olan hüdudları:

$\bar{x} = \tilde{x} \pm \Delta_x = 30 \pm 0{,}56$ duzgun cavab 30-0.28,

Baş orta kəmiyyətin aşağı hüdudu $\bar{x}$ =30-0,28=29,72 qram

Yuxarı hüdudu $\bar{x}$ =30+0,28=30,28qram olacaqdır.

Deməli, hər qozadakı pambığın çəkisi 29,72 qramla 30,28 qram arasında olacaqdır.

Bu hesablamanı belə yazmaq olar.

$29{,}72 < \bar{x} < 30{,}28$

Tipik məsələ № 3. Əmanətlərin orta həcmini müəyyən etmək məqsədilə 4000 nəfər əmanətsiçi olan əmanət bankında şəxsi hesabların mexaniki seçmə qaydasında müşahidəsini keçirmək nəzərdə tutulur. Orta kvadratik uzaqlaşmanın 100 manat olduğunu bilərək seçmə orta səhvinin 10 manatdan çox olmamasını 0,954 ehtimalı ilə təmin elə biləcək seçmənin zəruri sayını müəyyən edək.

Seçmənin zəruri sayı təsadüfi təkrar olunmayan seçmədə

$$n = \frac{t^2 \delta^2 N}{N\Delta_x^2 + t^2 \delta^2}$$ düsturu ilə

təsadüfi təkrar olunan seçmə zamanı isə

$$n = \frac{t^2 \delta^2}{\Delta_x^2}$$

düsturu ilə müəyyən edilir.

Məsələnin şərtinə əsasən N=4000, δ=100, t=2, Δ_x =10 olduğu və seçmənin təkrar olunmayan qaydada keçirilməsi nəzərdə tutulduğu üçün seçmə zamanı

$$n = \frac{2^2 \text{x} 100^2 \text{x} 4000}{4000\text{x}100 + 2^2 \text{x} 100^2} = 364$$ nəfər əmanətçi seçilməlidir.

Tipik məsələ № 4. Şəhərdə 1200 kiçik müəssisə qeydiyyatdan keçmişdir. Mexinki seçmə qaydasında illik dövriyyəsinin həcmi 100 mln. manatdan çox olan müəssisələrin hissəsini müəyyən etmək nəzərdə tutulur. 0,997 ehtimalı ilə seçmə səhvini 0,3-dən çox olmamasını təmin etmək məqsədilə dispersiyanın 0,1-ə bərabər olduğu şəraitdə seçməyə neçə kiçik müəssisə götürmək lazımdır?

Seçmə təsadüfi təkrar olunmayan qaydada aparıldıqda seçmənin zəruri sayı hissə üçün

$$n = \frac{t^2 \bullet W(1-W)\,N}{\Delta^2 pN + t^2 W(1-W)}$$ düsturu ilə,

seçmə təkrar olunan qaydada aparıldıqda isə

$$n = \frac{t^2 W(1-W)}{\Delta^2 p}$$ düsturu ilə müəyyən edilir.

Verilmiş məsələdə, t=3; Δp=0,3; N=1200, alternativ əlamətin dispersiyanın yəni W(W-1)=0,1 olduğunu bilərək əlamətin hissəsi üçün müəssisələrin sayı

$$n = \frac{3^2 \text{x} 0{,}1\text{x}1200}{0{,}3^2 \text{x}1200 + 3^2 \text{x}0{,}1} = 10$$

bərabər olmalıdır.

Əlaqələrinin statistik öyrənilməsi 8-ci mövzu

Tipik məsələ № 1. 10 eyni tipli zavodda əsas fondların dəyəri və istehsal edilmiş məhsulun dəyəri haqqında aşağıdakı məlumatlar verilmişdir:

Zavodlar	***Hər nəfərə düşən***	
	Əsas fondların dəyəri (mln. manat) (x)	***İstehsal edilmiş məhsulun dəyəri (mln.man) (y)***
1	200	120
2	200	140
3	190	110
4	310	160
5	310	170
6	340	210
7	320	240
8	520	260
9	210	140
10	400	250
Cəmi	Σx=3000 mln. man.	Σy=1800 mln. man.

Bu məlumata əsasən iki əlamət (yəni əsas fondların dəyəri və istehsal edilmiş məhsulun dəyəri) arasındakı əlaqənin sıxlığını Fexner əmsalı ilə hesablayaq.

Əvvəlcə səbəb və nəticə əlamətlərinin orta qiymətini hesablayaq.

Səbəb əlamətinin orta qiyməti:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{3000}{10} = 300 \text{ mln. man.}$$

Nəticə əlamətinin orta qiyməti isə:

$$\bar{y} = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{1800}{10} = 180 \text{ mln. man. olacaqdır.}$$

İndi əlamətlərin qiymətlərini orta kəmiyyətdən uzaqlaşmalarının işarələrini aşağıdakı köməkçi cədvəldə göstərək:

Zavodlar	*Hər nəfərə düşən*	
	Əsas fondların dəyəri (mln. manat) (x)	*İstehsal edilmiş məhsulun dəyəri (mln.man) (y)*
1	–	–
2	–	–
3	–	–
4	+	–
5	+	–
6	+	+
7	+	+
8	+	+
9	–	–
10	+	+

Buradakı mənfi işarələr əlamətinin qiymətinin orta kəmiyyətindən az olduğunu, müsbət işarələr isə çox olduğunu göstərir. Cədvəldə işarələrə baxsaq görərik ki, IV və V zavodlar üzrə əlamətlərin qiymətinin orta kəmiyyətdən uzaqlaşmasının işarələri uyğun gəlmir. Bu o, deməkdir ki, 8 zavodda işarələr uyğundur, 2 zavodda isə uyğun deyildir. Buradan Fexner əmsalı:

$$F = \frac{n_a - n_b}{n_a + n_b}$$

$Ə_f = \frac{Ъ - Ш}{Ъ + Ш} = \frac{8-2}{8+2} = \frac{6}{10} = 0{,}6$ olacaqdır.

Bizim misalımızda Fexner əmsalı əsas fondların dəyəri ilə istehsal edilmiş məhsulun dəyəri arasında çox sıx əlaqə olduğunu xarakterizə edir.

Tipik məsələ № 2. Eyni məhsul istehsal edən 5 zavodda məhsul istehsalının həcmi və məhsul vahidinin maya dəyəri haqqında aşağıdakı məlumatlar verilmişdir:

Zavodların sıra №	*İstehsal edilmiş məhsulun həcmi(mln.man.) (x)*	*Məhsul vahidinin maya dəyəri (mln.man.) (y)*
1	22	7,0
2	30	6,1

3	45	5,8
4	60	5,3
5	90	9,2
Cəmi	247	33,4

Verilmiş məlumatlara əsasən məhsul istehsalının həcmi və maya dəyəri arasındakı asılılığı öyrənmək üçün a_0 və a_1 parametrlərini hesablayaq.

Xatırladaq ki, məhsulun istehsalının həcmi ilə məhsulun maya dəyəri arasında tərs asılılıq mövcuddur (yəni tərs asılılıq zamanı səbəb əlamətinin artması nəticə əlamətinin azalmasına səbəb olur və ya əksinə). Öyrənilən əlamətlər arasında olan tərs asılılıq hiperbolanın

$$\bar{й}_x = a_0 + a_1 \frac{1}{x}$$

tənliyi ilə ifadə oluna bilər. Bu tənlikdə a_0 və a_1 parametrlərini müəyyən etmək üçün

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \Sigma \frac{1}{x} = \Sigma y \\ a_o \Sigma \frac{1}{x} + a_1 \Sigma \frac{1}{x^2} = \sum \frac{y}{x} \end{cases}$$

normal tənliklər sistemindən istifadə etmək olar. Bu normal tənliklər sistemini həll etməklə a_0 və a_1 parametrlərini aşağıdakı düstura əsasən müəyyən etmək olar.

$$a_0 = \frac{\Sigma y \Sigma \frac{1}{x^2} - \Sigma \frac{é}{õ} \Sigma \frac{1}{x}}{n\Sigma \frac{1}{x^2} - \Sigma \frac{1}{õ} \Sigma \frac{1}{x}}$$

$$a_1 = \frac{n \Sigma \frac{Y}{x} - \Sigma \frac{1}{õ} \Sigma ẽ}{n \Sigma \frac{1}{x^2} - \Sigma \frac{1}{õ} \Sigma \frac{1}{x}}$$

Bu məlumatlar əsasında parametrləri hesablamaq üçün aşağıdakı köməkçi cədvəli tərtib etmək lazımdır.

Məhsul istehsalının həcmi ilə maya dəyəri

arasında əlaqə

Zavodların sıra №-si	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x^2}$	$\frac{й}{x}$

1	0,0455	0,0020	0,3182
2	0,0333	0,0011	0,2033
3	0,0222	0,0005	0,1289
4	0,0166	0,0003	0,0883
5	0,0111	0,0002	0,1022
Cəmi	0,1288	0,0042	0,8409

Cədvəlin məlumatlarına və aparılmış hesablamalara əsasən a_0 və a_1 parametrlərini tapaq:

$$a_0 = \frac{33,4 \bullet 0,0042 - 0,8409 \bullet 0,1288}{5 \bullet 0,0042 - 0,1288 \bullet 0,1288} = \frac{0,14028 - 0,10831}{0,021 - 0,0166} =$$

$$= \frac{0,032}{0,0044} = 7,273$$

$$a_1 = \frac{5 \bullet 0,8409 - 0,1288 \bullet 33,4}{5 \bullet 0,0042 - 0,1288 \bullet 0,1288} = \frac{4,2045 - 4,3019}{0,021 - 0,0166} =$$

$$= \frac{-0,0974}{0,0044} = -22,14$$

$$Y_x = 7,273 - 22,14 \text{ x } //// \frac{1}{X}$$

Tipik məsələ № 3. 10 eyni tipli sənaye müəssisəsində əməyin elektrik enercisi ilə silahlanması və əmək məhsuldarlığı haqqında aşağıdakı məlumat verilmişdir:

Müəssisələrin №-si	***Əməyin elektrik enercisi ilə silahlanması (hər işçiyə kvt/saat)***	***Bir işçiyə məhsul istehsalı (il ərzində orta hesabla min manatla)***
1	7	8,6
2	3	3,7
3	4	6,0
4	5	6,2

5	4	5,9
6	6	7,7
7	7	8,7
8	3	3,6
9	5	6,2
10	6	7,4

Verilmiş məlumatlara əsasən xətti korrelyasiya əmsalını və korrelyasiya indeksini hesablayaq.

Xətti korrelyasiya əmsalı aşağıdakı düstur əsasında hesablanır:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

Bu düsturu tətbiq etmək üçün aşağıdakı köməkçi cədvəldən istifadə edək:

x	y	xy	x^2	y^2
7	8,6	60,2	49	73,96
3	3,7	11,1	9	13,69
4	6,0	24,0	16	36,00
5	6,2	31,0	25	38,44
4	5,9	23,6	16	34,81
6	7,7	46,2	36	59,29
7	8,7	60,9	49	75,69
3	3,6	10,8	9	12,96
5	6,2	31,0	25	38,44
6	7,4	44,4	36	54,76
Cəmi:50	64,0	343,2	270	438,04

$$\overline{xy} = \frac{\Sigma xy}{n} = \frac{343,2}{10} = 34,32$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{50}{10} = 5$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{64}{10} = 6,4$$

$$\upsilon_x = \sqrt{\bar{x}^2 - (\bar{x})^2} = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - (\bar{o})^2} = \sqrt{\frac{270}{10} - 5^2} = \sqrt{27 - 25} = \sqrt{2} \approx 1,4$$

$$\upsilon_y = \sqrt{\bar{й}^2 - (й)^2} = \sqrt{\frac{\Sigma y^2}{n} - (\bar{e})^2} = \sqrt{\frac{438,04}{10} - (6,4)^2} = \sqrt{2,924} \approx 1,7$$

Buradan:

$$r = \frac{34,3 - 5x6,4}{1,4x1,7} = \frac{34,3 - 32,0}{2,34} = \frac{2,3}{2,34} \approx 0,98$$

Korrelyasiya indeksini hesablamaq üçün isə aşağıdakı düz xətt tənliyindən istifadə edilir:

$y_x = a_0 + a_1 x$

Bu tənlikdə a_0 və a_1 parametrlərini müəyyən etmək üçün normal tənliklər sistemindən istifadə etmək olar:

$10\ a_0 + 50a_1 = 64$

$50a_0 + 270a_1 = 343$

$10\ a_0 + 50a_1 = 64$

$10a_0 + 54a_1 = 68,6$

———————

$4a_1 = 4,6$

$a_1 = 4,6:4 = 1,15$

$10\ a_0 + 50a_1 = 64$

$10a_0 = 64 - 50 \cdot 1,15 = 64 - 57,5 = 6,5$

$a_0 = 6,5:10 = 0,65$

$y = 0,65 + 1,15x$

Buradan y-ın hamarlaşdırılmış aşağıdakı qiymətlərini alarıq :

$y_{x1} = 0,65 + 1,15 \cdot 7 = 8,70$

$y_{x2}=0,65+1,15 \cdot 3=4,10$

$y_{x3}=0,65+1,15 \cdot 4=5,25$

$y_{x4}=0,65+1,15 \cdot 5=6,40$

$y_{x5}=0,65+1,15 \cdot 4=5,25$

$y_{x6}=0,65+1,15 \cdot 6=7,55$

$y_{x7}=0,65+1,15 \cdot 7=8,70$

$y_{x8}=0,65+1,15 \cdot 3=4,10$

$y_{x9}=0,65+1,15 \cdot 5=6,40$

$y_{x10}=0,65+1,15 \cdot 6=75,5$

Korrelyasiya indeksini hesablamaq üçün $y-y_x$ fərqlərinin aşağıdakı cədvəl əsasında dispersiyasını hesablayaq:

y	**y_x**	**$y-y_x$**	**$(y-y_x)^2$**
8,6	8,70	-0,10	0,0100
3,7	4,10	-0,40	0,1600
6,0	5,25	0,75	0,5625
6,2	6,40	-0,20	0,0400
5,9	5,25	0,65	0,4225
7,7	7,55	0,15	0,0225
8,7	8,70	0	0,0000
3,6	4,10	-0,50	0,2500
6,2	6,40	-0,20	0,0400
7,4	7,55	-0,15	0,0225
Cəmi: 64	64	-	1,5300

$$\upsilon^2_{\text{й-йх}} = \frac{\sum(\text{é} - \text{é}_{\tilde{o}})^2}{\text{í}} = \frac{1{,}53}{10} = 0{,}153$$

$$R = \sqrt{\frac{\upsilon^2_{\acute{e}} - \upsilon^2_{\acute{e}} - \text{é}_{\tilde{o}}}{\partial^2_{\acute{e}}}} = \sqrt{\frac{2{,}924 - 0{,}153}{2{,}924}} = \sqrt{\frac{2{,}771}{2{,}924}} = \sqrt{0{,}948} \approx 0{,}98$$

Dinamika sıraları 9-cu mövzu

Tipik məsələ №1.2004-2009-cu illərdə Azərbaycan Respublikasında bütün təsərrüfat kateqoriyaları üzrə buğda istehsalı haqqında aşağıdakı statistika məlumatları verilmişdir:(min ton)

İllər /	***2004***	***2005***	***2006***	***2007***	***2008***	***2009***
Buğda istehsalı (min ton)	626	759	935	819	866	1175

Bu məlumatlara əsasən:

1.Bu dinamika sırasının fasiləli və ya an (moment) dinamika sırasına aid olduğunu müəyyən edək və sıranın orta səviyyəsini hesablayaq;

2.Mütləq artımın, artım sürətinin, nisbi artımın, bir faiz nisbi artımın mütləq qiymətini müəyyən edək və hesablamanın nəticəsini cədvəldə verək:

1) Bu dinamika sırası fasiləli dinamika sırasıdır və ona görə də sıranın orta səviyyəsi sadə hesabi orta kəmiyyətin düsturuna əsasən belə hesablanacaq.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{626 + 759 + 935 + 819 + 966 + 1175}{6} =$$

$$= \frac{5180}{6} = 863{,}3 \text{ min ton}$$

2)a)Əsas qaydada mütləq artım, min ton, $\Delta = Y_i - Y_0$

2004-cü ildə – 100

2005-ci ildə 759 – 626 =133

2006-cı ildə 935 – 626 =309

2007-ci ildə 819 – 626 =193

2008-ci ildə 866 – 626 =240

2009-cu ildə 1175 – 626 =549

Silsiləvi qaydada mütləq artım, min ton, $\Delta_i=Y_i- Y_{i-1}$

2004-cü ildə – 100

2005-ci ildə 759 – 626 =133

2006-cı ildə 935 – 759 =176

2007-ci ildə 819 – 935 =-116

2008-ci ildə 866 – 819 =47

2009-cu ildə 1175 – 866 =309

Əsas qaydada artım sürəti, %-lə, $A_s = \frac{y_i}{y_0}$

2004-cü ildə – 100

2005-ci ildə 759 x 100 : 626 =121,2

2006-cı ildə 935 x 100 : 626 =149,3

2007-ci ildə 819 x 100 : 626 =130,8

2008-ci ildə 866 x 100 : 626 =138,3

2009-cu ildə 1175x 100 : 626 =187,6

Silsiləvi qaydada artım sürəti, %-lə, $A^{i}_{s} = \frac{y_i}{y_{i-1}}$

2004-cü ildə – 100

2005-ci ildə 759 x 100 : 626 =121,2

2006-cı ildə 935 x 100 : 759 =123,1

2007-ci ildə 819 x 100 : 935 =87,6

2008-ci ildə 866 x 100 : 819 =105,7

2009-cu ildə 1175x 100 : 866 =135,6

c) Əsas qaydada nisbi artım, %-lə, $N_a = \frac{\Delta y}{y_0} \cdot 100$

2004-cü ildə – 100

2005-ci ildə 133 x 100 : 626 =21,2

2006-cı ildə 309 x 100 : 626 =49,3

2007-ci ildə 193 x 100 : 626 =30,8

2008-ci ildə 240x 100 : 626=38,3

2009-cu ildə 549x 100 : 626 =87,6

Silsiləvi qaydada nisbi artım sürəti, %-lə, $N_a{}^i = \frac{\Delta y_i}{y_{i-1}} \cdot 100$

2004-cü ildə – 100

2005-ci ildə 133 x 100 : 626 =21,2

2006-cı ildə 176 x 100 : 759 =23,1

2007-ci ildə 116 x 100 : 935 =-12,4

2008-ci ildə 47 x 100 : 819= 5,7

2009-cu ildə 309 x 100 : 866 =35,6

Nisbi artım üçün artım sürətindən 100 %-i çıxmaqla da hesablamaq olar əgər artım sürəti əmsalla ifadə olunarsa, onda vahidi çıxmaq lazımdır.

Əsas qaydada nisbi artım, %-lə, T=K-100

2004-cü ildə – 100

2005-ci ildə 121,2 – 100,0 =21,2

2006-cı ildə 149,3 – 100,0=49,3

2007-ci ildə 130,8 – 100,0 =30,8

2008-ci ildə 138,3 – 100,0 =38,3

2009-cu ildə 187, 6 – 100,0 =87,6

Sisiləvi qaydada nisbi artım, %-lə, $T_i = K_i - 100$

2004-cü ildə – 100

2005-ci ildə 121,2 – 100,0 =21,2

2006-cı ildə 123,2 – 100,0=23,2

2007-ci ildə 87,6 – 100,0 = -12,4

2008-ci ildə 105,7 – 100,0 =5,7

2009-cu ildə 135, 6 – 100,0 =35,6

Ç) Bir faiz nisbi artımın mütləq qiyməti əsas qayda ilə hesablanan qiymətləri sıranın bütün dövrləri üzrə eyni qiymət alır. Belə göstəricinin heç bir iqtisadi mənası olmadığına görə, o ancaq silsiləvi qaydada hesablanır.

Göstərilən illər üzrə buğda istehsalının bir faiz nisbi artımının mütləq qiymətini hesablamaq üçün silsiləvi qaydada hesablamnmış mütləq artımı faizlə ifadə edilmiş nisbi artıma bölmək lazımdır.

Silsiləvi qaydada 1 faiz nisbi artımın mütləq qiyməti $A_{\%} = \frac{\Delta y_i}{N_a^{\ i}}$

2005-ci ildə 133 : 21,2 = 6,27

2006-cı ildə : 49,3%= 176 : 23,2 = 7,6

2007-ci ildə –116 : (-12,4) = 9,35

2008-ci ildə 47 : 5,7 = 8,2

2009-cu ildə 309 : 35,6 = 8,7 ton

Aparılmış hesablamaların nəticəsini aşağıdakı cədvəldə verək.

İllər	***Buğda istehsalı (min ton)***	***Mütləq artım min ton***		***Artım sürəti (%)***		***Nisbi artım (%)***		***1 faiz nisbi artımın mütləq qiyməti, (min ton)***
		əsas qayda	***silsiləvi qayda***	***əsas qayda***	***silsiləvi qayda***	***əsas qayda***	***silsiləvi qayda***	
2004	626	-	-	100,0	100,0	100,0	100,0	-
2005	759	133	133	121,2	121,2	21,2	21,2	133:21,2=6,27
2006	935	309	176	149,3	123,2	49,3	23,2	176:23,2=-7,6
2007	819	193	-116	130,8	87,6	30,8	-12,4	-116:(-12,4)=9,35
2008	866	240	47	138,3	105,7	38,3	5,7	47:5,7=8,2
2009	1175	549	309	187,6	135,6	87,6	35,6	309:35,6=8,7

Tipik məsələ № 2. *1995-2001*-ci illərdə Azərbaycan Respublikasında hər ilin əvvəlinə əhalinin sayı aşağıdakı məlumatlarla xarakterizə olunur:

İllər	*1995*	*1996*	*1997*	*1998*	*1999*	*2000*	*2001*
Əhalinin sayı,min nəfərlə	7643,5	7726,2	7799,8	7876,7	7953,4	8016,2	8081,0

Verilmiş məlumatlara əsasən:

1.Bu dinamika sırasının fasiləli və ya an (moment) dinamika sırasına aid olduğunu müəyyən edək və sıranın orta səviyyəsini hesablayaq;

2.Mütləq artımı, artım sürətini, nisbi artımı, nisbi artımın bir faizinin mütləq qiymətini müəyyən edək və hesablanmış nəticəni cədvəl şəklində göstərək.

1) Verilmiş sıra an dinamika sırasına aid olduğu üçün sıranın orta səviyyəsi xronoloci orta kəmiyyətin düsturuna əsasən aşağıdakı kimi hesablanır:

$$\bar{x} = \frac{\frac{1}{2}x_1 + x_2 \ldots = \frac{1}{2}x_н}{н - 1} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \cdot 7643,5 + 7726,2 + 7799,8 + 7876,7 + 7953,4 + 8016,2 + \frac{1}{2} \cdot 8081,0}{7 - 1} =$$

=7872,4 min nəfər.

2)a) Əsas qayda mütləq artım, min nəfər $\Delta = Y_i - Y_0$

1995- ci ildə -

1996-cı ildə 7726,2 – 7643,5=82,7

1997-ci ildə 7799,8 – 7643,5=156,3

1998-ci ildə 7876,7 – 7643,5 = 233,2

1999-cu ildə 7953,4 – 7643,5 = 309,9

2000-ci ildə 8016,2 – 7643,5 = 372,7

2001-ci ildə 8081,0 – 7643,5 = 437,5

Silsiləvi qaydada mütləq artım, min nəfər $\Delta_i = Y_i - Y_{i-1}$

1995- ci ildə -

1996-cı ildə 7726,2 – 7643,5=82,7

1997-ci ildə 7799,8 – 7726,5=73,3

1998-ci ildə 7876,7 – 7799,8 = 76,9

1999-cu ildə 7953,4 – 7876,7 = 76,7

2000-ci ildə 8016,2 – 7953,4 = 62,8

2001-ci ildə 8081,0 – 8016,2 = 64,8

b) Əsas qaydada artım sürəti, %-lə, $A_s = \frac{y_i}{y_0}$

1995- ci ildə - 100

1996-cı ildə 7726,2 x100 : 7643,5=101,1

1997-ci ildə 7799,8 x100 : 7643,5=102,2

1998-ci ildə 7876,7 x100 : 7643,5 =103,1

1999-cı ildə 7953,4x100 : 7643,5 = 104,1

2000-ci ildə 8016,2 x100 : 7643,5 = 104,9

2001-ci ildə 8081,0 x100 : 7643,5 = 105,7

Silsiləvi qaydada, artım sürəti, %-lə, $A^{i}_{s} = \frac{y_i}{y_{i-1}}$

1995- ci ildə - 100

1996-cı ildə 7726,2 x100% : 7643,5=101,1

1997-ci ildə 7799,8 x100 : 7726,2=100,9

1998-ci ildə 7876,7 x100 : 7799,8 =101,0

1999-cu ildə 7953,4x100 : 7876,7 = 101,0

2000-ci ildə 8016,2 x100 : 7953,4 = 100,8

2001-ci ildə 8081,0 x100 : 8016,2 = 100,8

c) Əsas qaydada nisbi artım, %-lə, T=K-100

1995- ci ildə - 100

1996-cı ildə 101,1 – 100 = 1,1

1997-ci ildə 102,2 – 100 = 2,2

1998-ci ildə 103,1 – 100 = 3,1

1999-cu ildə 104,1 – 100 = 4,1

2000-ci ildə 104,9 – 100 = 4,9

2001-ci ildə 105,7 – 100 = 5,7

Silsiləvi qaydada nisbi artım, %-lə, $T_i=K_i-100$

1995- ci ildə - 100

1996-cı ildə 101,1 – 100,0 = 1,8

1997-ci ildə 100,9 – 101,0 = 0,9

1998-ci ildə 101,0 – 100,0 =1,0

1999-cu ildə 101,0 – 100,0 =1,0

2000-ci ildə 100,8 – 100,0 =0,8

2001-ci ildə 100,8 – 100,0 = 0,8

ç) Silsiləvi qaydada 1% nisbi artımın mütləq qiyməti, min nəfər. $A_{\%} = \frac{\Delta y_i}{N_a^{\,i}}$

1996-cı ildə 82,7 : 1,1 = 75,2

1997-cı ildə 73,6 : 0,9 = 81,4

1998-ci ildə 76,9 : 1,0 = 76,9

1999-cu ildə 76,7 : 1,0 = 76,7

2000-ci ildə 62,8 : 0,8 = 78,\5

2001-ci ildə 64,8: 0,8 = 81

Aparılmış hesablamaların nəticəsini aşağıdakı cədvəldə verək:

İllər	***Əhali-nin sa-yı, min nəfər***	***Mütləq artım min nəfər***		***Artım sürəti (%)***		***Nisbi artım (%)***		***1 faiz nisbi artımın mütləq qiymə ti, silsilə-vi qayda (min nəf.)***
		əsas qayda	***silsi-ləvi qay-da***	***əsas qayda***	***silsilə vi qayda***	***əsas qayda***	***silsi-ləvi qayda***	
1995	7643,5	-	-	100,0	100,0	100,0	100,0	-
1996	7726,2	82,7	82,7	101,1	101,1	1,1	1,1	75,2
1997	7799,8	156,3	73,3	102,2	100,9	2,2	0,9	81,4
1998	7876,7	233,2	76,9	103,1	101,0	3,1	1,0	76,9

1999	7953,4	309,9	76,7	104,1	101,0	4,1	1,0	76,7
2000	8016,2	372,7	62,8	104,9	100,8	4,9	0,8	78,5
2001	8081,0	437,5	64,8	105,7	100,8	5,7	0,8	8,1

Tipik məsələ № 3.2004-2009-cu illərdə respublikada pambıq yığımı haqqında aşağıdakı siatistik məlumatlar verilmişdir.

İllər	***2004***	***2005***	***2006***	***2007***	***2008***	***2009***
Pambıq yığımı (min ton)	274,1	274,4	124,6	112,9	96,8	91,5

Bu məlumatlara əsasən:

1.Bu dinamika sırasının fasiləli və yaxud an (moment) dinamika sırasına aid olduğunu müəyyən edək və sıranın orta səviyyəsini hesablamaq;

2.Mütləq artımı, artım sürətini, nisbi artımı və nisbi artımın bir faizinin mütləq qiymətini hesablayaq və alınmış nəticəni cədvəl şəklində verək.

1) Verilmiş sıra fasiləli dinamika sırası olduğu üçün, sıranın orta səviyyəsi hesabi orta kəmiyyətin sadə düsturuna aşağıdakı kimi hesablanır:

$$\bar{x} = \frac{\sum \bullet\, x}{n} = \frac{274{,}1 + 274{,}2 + 127{,}6 + 112{,}9 + 96{,}8 + 91{,}8}{6} =$$

$$= \frac{974{,}6}{6} = 162{,}4 \text{ min ton}$$

2)a)Əsas qaydada mütləq artım, min ton$\Delta = Y_i - Y_0$

2004-cü ildə -

2005-ci ildə 274,4 – 274,1 = 0,3

2006-cı ildə 124,6 – 274,1 = –149,5

2007-ci ildə 112,9 – 274,1 = –161,2

2008-ci ildə 96,8 – 274,1 = –177,3

2009-cu ildə 91,8 – 274,1 = –182,3

Silsiləvi qaydada mütləq artım, min ton $\Delta_i = Y_i - Y_{i-1}$

2004-cü ildə -

2005-ci ildə 274,4 – 274,1 = 0,3

2006-cı ildə 124,6 – 274,4 = –149,8

2007-ci ildə 112,9 – 124,4 = –11,5

2008-ci ildə 96,8 – 112,9 = –16,1

2009-cu ildə 91,8 – 96,8 = –5,0

b)Əsas qaydada artım sürəti, %-lə, $A_s = \frac{y_i}{y_0}$

2004-cü ildə - 100

2005-ci ildə 274,4 x100 : 274,1=101,1

2006-cı ildə 124,6 x100 : 274,1=45,4

2007-ci ildə 112,9 x100 : 274,1 =41,2

2008-ci ildə 96,8x100 : 274,1 = 35,3

2009-cu ildə 91,5 x100 : 274,1 = 33,5

Silsiləvi qaydada artım sürəti, $A^{i}_{s} = \frac{y_i}{y_{i-1}}$

2004-cü ildə - 100

2005-ci ildə 274,4 x100% : 274,1=100,1

2006-cı ildə 124,6 x100 : 274,4=45,4

2007-ci ildə 112,9 x100 : 124,6 =90,6

2008-ci ildə 96,8 x100 : 112,9 = 85,7

2009-cu ildə 91,5 x100 : 96,8 = 94,8

c)Əsas qaydada nisbi artım %-lə, T=K-100

2004-cü ildə - 100

2005-ci ildə 100,1 – 100 = 0,1

2006-cı ildə 45,4 – 100 = –54,6

2007-ci ildə 41,2 – 100 = –58,8

2008-ci ildə 35,3 – 100 = –64,7

2009-cu ildə 33,5 – 100 = –66,5

Silsiləvi qaydada nisbi artım, %-lə, $T_i=K_i-100$

2004-cü ildə - 100

2005-ci ildə 100,1 – 100,0 = 0,1

2006-cı ildə 45,4 – 100,0 = –54,6

2007-ci ildə 90,6 – 10,0 = - 9,4

2008-ci ildə 85,7 – 100 = –14,3

2009-cu ildə 94,8 – 100 = -5,2

ç)Silsiləvi qaydada 1 % nisbi artımın mütləq qiyməti,min ton $A_{\%} = \frac{\Delta y_i}{N_a{}^i}$

2004-cü ildə 0,3 : 0,1 = 3,0

2005-ci ildə –149,8 : –54,6 = 2,74

2006-cı ildə –11,5 : - 9,4 = 1,22

2007-ci ildə –16,1 : –14,3 = 1,12

2008-ci ildə –5,0 : –5,2 = 0,96

Hesablamanın nəticəsini cədvəldə verək:

İllər	***Pam-bıq yı-ğımı min ton***	***Mütləq artım min ton***		***Artım sürəti (%)***		***Nisbi artım (%)***		***1 % nisbi artımın mütləq qiymə-ti, silsi-ləvi q. (min ton)***
		əsas qayda	***silsi-ləvi qayda***	***əsas qayda***	***Silsi lə-vi qay-da***	***əsas qayda***	***silsi-ləvi qayda***	
2004	274,1	-	-	100,0	100,0	100,0	100,0	-
2005	274,4	0,3	0,3	100,1	100,1	0,1	0,1	3,0
2006	124,6	-149,5	-149,8	45,4	45,9	-54,6	-54,6	2,74
2007	112,9	-161,2	-11,5	41,2	90,6	-58,8	-9,4	1,22
2008	96,8	-177,3	-16,1	35,3	85,7	-64,7	-14,3	1,12
2009	91,5	-182,	-5,0	33,5	94,8	-66,5	-5,2	0,96

		3						

Tipik məsələ № 4. 2004-2009-cu illərdə «A» rayonu ərazisində əhaliyə edilən güzəşt və ödənişlərin məbləği aşağıdakı kimi olmuşdur:

İllər / ***Göstəricilər***	***2004***	***2005***	***2006***	***2007***	***2008***	***2009***
Güzəşt və ödənişlərin məbləği (min man)	117,0	122,2	128,6	134,8	140,7	146,5

Bu məlumatlara əsasən sıranın orta səviyyəsini, mütləq artımı, artım sürətini, nisbi artımı və bir faiz nisbi artımın mütləq qiymətini hesablayaq.

Güzəşt və ödənişlər əhaliyə il ərzində ödənildiyinə görə illər üzrə onun dəyişməsini əks etdirən sıra fasiləli dinamika sırasıdır. Buna görə də 2004-2009-cu illər üçün dinamika sıranın orta səviyyəsini hesabi orta kəmiyyətin aşağıdakı sadə düsturu ilə hesablayaq:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{117,0 + 122,2 + 128,6 + 134,8 + 140,7 + 146,5}{6} =$$

$$= \frac{789,8 \text{мин.ман}}{6} = 131,6 \text{ mln.man.}$$

Mütləq artımı hesablayaq:

İllər	***Güzəşt və ödə-nişlərin məbləği mln.man***	***Mütləq artım, mln.man***	
		Əsas qaydada $\Delta = Y_i - Y_0$	***Özündən əvvəlki ilə nisbətən Silsiləvi qaydada*** $\Delta = Y_i - Y_{i-1}$
2004	117,0	-	-
2005	122,2	122,2 – 117,0 = 5,2	122,2 – 117,0 = 5,2
2006	128,6	128,6 – 117,0 = 11,6	128,6 – 122,2 = 6,4
2007	134,8	134,8 – 117,0 = 17,8	134,8 – 128,6 = 6,2

2008	140,7	140,7 – 117,0 = 23,7	140,7 – 134,8 = 5,9
2009	146,5	146,5 – 117,0 = 29,5	146,5 – 140,7 = 5,8

Artım sürətini hesablayaq:

İllər	***Güzəşt və ödənişlərin məbləği (mln.man)***	***Artım sürəti, %-lə***	
		2004-cü ilə nisbətən əsas qaydaya $A_s = \frac{y_i}{y_0}$	***Özündən əvvəlki ilə nisbətən silsiləvi qaydada*** $A^i_s = \frac{y_i}{y_{i-1}}$
2004	117,0	100,0	100,0
2005	122,2	122,2x100:117,0=104,4	122,2x100:117,0=104,4
2006	128,6	128,6x100:117,0=109,9	128,6x100:122,2=105,2
2007	134,8	134,8x100:117,0=115,2	134,8x100:128,6=104,8
2008	140,7	140,7x100:117,0=120,3	140,7x100:134,8=104,4
2009	146,5	146,5x100:117,0=125,2	146,5x100:140,7=104,1

Nisbi artımı hesablayaq:

İllər	***Güzəşt və ödənişlərin məbləği (mln.man.)***	***Əsas qaydada nisbi artım (mln.man), %-lə*** $T = \frac{Y_1 - Y_o}{Y_o}$ x 100	***Silsiləvi qaydada nisbi artım, %-lə*** $T_i = \frac{Y_1 - Y_o}{Y_{i-1}}$ x 100
2004	117,0	-	100,0
2005	122,2	5,2 x 100 :1190 = 4,4	5,2x100:117,0=4,4
2006	128,6	11,6 x 100 : 117,0=9,9	6,4x100:122,2=5,2
2007	134,8	17,8 x 100 : 117,0=5,2	6,2x100:128,6=4,8
2008	140,7	23,7 x 100:117,0=0,3	5,9x100:134,8=4,4
2009	146,5	29,5 x 100:117,0 = 5,2	5,8x100:140,7=4,1

Bir faiz nisbi artımın mütləq qiymətini hesablamaq üçün silsiləvi qaydada hesablanmış mütləq artımı faizlə ifadə olunmuş nisbi artıma bölmək lazımdır.

Bir faiz nisbi artımın mütləq qiymətini hesablayaq. $A_{\%} = \frac{\Delta y_i}{N_a^{\ i}}$

İllər	***1 % nisbi artımın mütləq qiyməti (mln.man.)***
2004	-
2005	5,2 : 4,4 = 1,18
2006	6,4 : 5,2 = 1,23
2007	6,2 : 4,8 = 1,29
2008	5,9 : 4,4 = 1,34
2009	5,8 : 4,1 = 1,41

İndekslər 10-cu mövzu

Tipik məsələ № 1. 2004-2009-cu illərdə «A» məhsulunun istehsalına dair aşağıdakı məlumatlar verilmişdir.

İllər	***2004***	***2005***	***2006***	***2007***	***2008***	***2009***
İstehsal edilmiş məhsulun miqda-rı, ədəd	200	210	240	260	275	300

Bu məlumatlara əsasən məhsulun fiziki həcminin bazis (əsas) və silsiləvi fərdi indekslərini hesablayaq.

Məhsulun fiziki həcminin fərdi indeksinin düsturu belə yazılır:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}$$

Bazis (əsas) qaydada fərdi indeksləri hesablamaq üçün məhsul istehsalının hər bir səviyyəsini bazis ilindəki səviyyəyə bölmək lazımdır:

2005-ci il 2004-cü ilə nisbətən

$$iq=\frac{q_{2005}}{q_{2004}}=\frac{210}{200}=1{,}05 \text{ və ya } 105\ \%$$

2006-cı il 2004-cü ilə nisbətən

$$iq=\frac{q_{2006}}{q_{2004}}=\frac{240}{200}=1{,}2 \text{ və ya } 120\ \%$$

2007-ci il 2004-cü ilə nisbətən

$$iq=\frac{q_{2007}}{q_{2004}}=\frac{260}{200}=1{,}3 \text{ və ya } 130\ \%$$

2008-ci il 2004-cü ilə nisbətən

$$iq=\frac{q_{2008}}{q_{2004}}=\frac{275}{200}=1{,}375 \text{ və ya } 137{,}5\ \%$$

2009-cu il 2004-cü ilə nisbətən

$$iq=\frac{q_{2009}}{q_{2004}}=\frac{300}{200}=1{,}5 \text{ və ya } 150\ \%$$

Silsiləvi üsulla fərdi indeksləri hesablamaq üçün hər ildə məhsul istehsalının həcmini özündən əvvəlki ilin səviyyəsinə bölmək lazımdır:

2005-ci il 2004-cü ilə nisbətən

$$iq=\frac{q_{2005}}{q_{2004}}=\frac{210}{200}=1{,}05 \text{ və ya } 105\ \%$$

2006-cı il 2005-ci ilə nisbətən

$$iq=\frac{q_{2006}}{q_{2005}}=\frac{240}{210}=1{,}142 \text{ və ya } 114{,}2\ \%$$

2007-ci il 2006-cı ilə nisbətən

$$iq=\frac{q_{2007}}{q_{2006}}=\frac{260}{240}=1{,}083 \text{ və ya } 108{,}3\ \%$$

2008-ci il 2007-ci ilə nisbətən

$$iq=\frac{q_{2008}}{q_{2007}}=\frac{275}{260}=1{,}057 \text{ və ya } 105{,}7\ \%$$

2009-cu il 2008-ci ilə nisbətən

$$iq=\frac{q_{2009}}{q_{2008}}=\frac{300}{275}=1{,}090 \text{ və ya } 109{,}0\ \%$$

Silsiləvi indeksləri bir-birinə vurmaqla bazis indeksi almaq olur.

iq=iq $iq = \frac{q_{2005}}{q_{2004}} x \frac{q_{2006}}{q_{2005}} x \frac{q_{2007}}{q_{2006}} x \frac{q_{2008}}{q_{2007}} x \frac{q_{2009}}{q_{2008}} = 1{,}05x1{,}142x1{,}083x1{,}057x1{,}090 = 1{,}496$ və ya 150 %

Tipik məsələ № 2. Əsas və hesabat dövrlərində iki mebel fabrikində istehsal olunmuş yazı stollarının sayı və qiyməti aşağıdakı məlumatlarla xarakterizə olunur.

Mebel fabriklərinin №-si	***İstehsal edilmişdir (ədəd)***		***1 ədəd stolun qiyməti (man.)***	
	əsas dövrdə	***hesabat dövründə***	***əsas dövrdə***	***hesabat dövründə***
A	q_0	q_1	P_0	P_1
№ 1	200	210	50	60
№ 2	300	400	80	70

Bu məlumata əsasən hər mebel fabrikində fərdi fiziki həcm və qiymət indekslərini, habelə dəyişən və sabit tərkibli fiziki həcm və qiymət indekslərini hesablayaq və qiymətin dəyişməsi nəticəsində əldə edilən qənaəti və ya zərərin mütləq məbləğini müəyyən edək:

Fərdi fiziki həcm indeksləri:

1 №-li fabrik üzrə $i_q = \frac{q_1}{q_0}$ =210:200=1,05 və ya 105 %

2 №-li mebel fabriki üzrə $i_q = \frac{q_1}{q_0}$ = 400:300= 1,333 və ya 133,3%

Fərdi qiymət indeksləri:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}$$

1 №-li mebel fabriki üzrə:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} = \frac{60}{50} = 1{,}2$$ və ya 120 %

2 №-li mebel fabriki üzrə:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} = \frac{70}{80} = 0{,}875$$ və ya 87,5 %

İndi də ümumi indeksləri hesablayaq:

Sabit tərkibli ümumi:

a) qiymət indeksi

$$Y_P = \frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_0 q_1} = \frac{210x60 + 400x70}{210x50 + 400x80} = \frac{12600 + 28000}{10500 + 32000} = \frac{40600}{42500} =$$

=0,955 və ya 95,5 %

Deməli, hər iki məhsul üzrə qiymətlər 4,5 % azalmışdır.

b) Məhsulun fiziki həcm indeksi

$$Y_q = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0} = \frac{210x50 + 400x80}{200x50 + 300x80} = \frac{10500 + 32000}{10000 + 24000} = \frac{42500}{34000} =$$

$$= \frac{42500}{34000} = 1{,}25 \text{ və ya } 125\ \%$$

Deməli, məhsulların fiziki həcmi 25 % artmışdır.

a) Dəyişən tərkibli ümumi: a) qiymət indeksi

$$Y_P = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma q_1} : \frac{\Sigma P_0 q_0}{\Sigma q_0} = \frac{40600}{210 + 400} : \frac{34000}{200 + 300} = 66{,}5 : 68{,}0 =$$

=0,977 və ya 97,7 %

b) Məhsulun fiziki həcm indeksi:

Deməli, qiymətlər orta hesabla 2,3 % aşağı düşmüşdür.

$$Y_P = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_1} : \frac{\Sigma P_0 q_0}{\Sigma p_0} = \frac{40600}{60 + 70} : \frac{34000}{50 + 80} = 312{,}3 : 261{,}5 = 1{,}194 \quad \text{və ya } 119{,}4\ \%$$

Dəyişən tərkibli qiymət indeksinin sabit tərkibli indeksə nisbətən daha yüksək qiymət alması istehsal edilmiş məhsulun tərkibinin dəyişməsi ilə əlaqəlidir. Əsas dövrə nisbətən hesabat dövründə qiymətlər yüksək olan 2 №-li fabrikin məhsullarının daha sürətlə artması məhsulun quruluşunun və orta qiymətinin dəyişməsinə səbəb olmuşdur.

Quruluş dəyişikliyi indeksini hesablamaq üçün dəyişən tərkibli indeksi sabit tərkibli indeksə bölmək lazımdır.

Qiymət indeksinin misalında bu əlaqə aşağıdakı kimi olacaqdır:

$Y_{quruluş} = Y_{dəyişən} : Y_{sabit}$=0,977:0,955=1,024 və ya 102,4%

Deməli, istehsal olunan məhsulun quruluşunun dəyişməsi nəticəsində qiymətlərin aşağı düşmə tempi xeyli azalmışdır.

Qiymətlərin aşağı düşməsi hesabına əldə edilən qənaətin məbləğini hesablamaq üçün sabit tərkibli ümumi qiymət indeksinin düsturunda kəsrin surətindən məxrəcini çıxmaq lazımdır:

$\Sigma P_1q_1-\Sigma P_0q_1$=40600-42500=–1900 min manat

Deməli qiymətlərin aşağı düşməsi hesabına 1900 min manat qənaət əldə edilmişdir

Tipik məsələ № 3. Əsas dövrdə üç kənd istehlak cəmiyyətinin mal dövriyyəsinin həcmi və mal dövriyyəsinin fiziki həcminin dinamikası haqqında aşağıdakı məlumatlar verilmişdir:

Kənd istehlak cəmiyyətinin adı	***Əsas dövrdə mal dövriyyəsinin həc-mi (mln.man.)***	***Əsas dövrdəkinə nisbətən hesabat dövründə mal dövriyyəsinin həcminin dəyişməsi əmsalı***
Bəzəkli	20	1,12
Xınalıq	16	1,20
Çeşməli	18	1,16

Bu məlumata əsasən hesabat ilində üç istehlak cəmiyyətləri üzrə birlikdə mal dövriyyəsinin ümumi fiziki həcm indeksini hesablayaq:

Bu məsələni həll etmək üçün ilk növbədə məsələnin şərtinə uyğun gələn ümumi mal dövriyyəsi indeksini müəyyən etmək lazımdır:

Mal dövriyyəsinin fərdi indeksinin

$I_{pq}=\frac{\sum q_1p_1}{\sum q_0p_0}$:düsturu ilə, ümumi aqreqat indeksinin isə

$Y_{Pq}=\frac{\Sigma P_1q_1}{\Sigma P_0q_0}$ düsturu ilə hesablandığı məlumdur. Lakin məsələnin şərtinə əsasən əsas dövrdə mal dövriyyəsinin həcmi və əsas dövrə nisbətən hesabat dövründə mal dövriyyəsinin dəyişməsi əmsalı (i) məlum olsa da, hesabat dövrünün mal dövriyyəsinin həcmi (P_1q_1) məlum deyildir.

Deməli, bu halda mal dövriyyəsinin ümumi aqreqat indeksinin

$$Y_{Pq}=\frac{\Sigma p_1q_1}{\Sigma p_0q_0}$$

düsturundan birbaşa istifadə etmək olmaz. Çünki məsələnin şərtində surətindəki ifadənin (ΣP_1q_1), yəni cari qiymətlərdə mal dövriyyəsinin həcminə dair məlumat verilməmişdir. Həm də aqreqat indeksini hesablamaq üçün fərdi mal dövriyyəsi indeksinin (i) qiyməti tələb olunur. Fərdi mal dövriyyəsi indeksi

$$I_{pq}=\frac{\sum q_1p_1}{\sum q_0p_0}:$$

düsturu ilə hesablandığını bilərək, bu əlaqədən istifadə etməklə P_1q_1-i tapmaq olar.

$P_1q_1 = iP_0q_0$

Alınmış ifadə hesabat dövrünün mal dövriyyəsinin həcmini göstərəcəkdir. Alınmış ifadəni mal dövriyyəsinin ümumi aqreqat indeksinin düsturuda yerinə yazsaq:

$Y_{Pq} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum ip_0q_0} = \frac{\sum ip_0q_0}{\sum p_0q_0}$ alarıq.

Alınmış düstur mal dövriyyəsinin orta hesabi indeksinin düsturudur. Məsələdə tələb olunan göstəricini, yəni mal dövriyyəsi indeksini bu düsturla hesablamaq olar.

$$Y_{Pq} = \frac{\Sigma П_0 г_0}{\Sigma П_0 г_0} = \frac{1{,}12x20 + 1{,}2x16 + 1{,}16x18}{20 + 16 + 18} =$$

$$\frac{22{,}4 + 19{,}2 + 20{,}88}{54} = \frac{62{,}48}{54} = 1{,}157 \text{ və ya } 115{,}7\ \%$$

Deməli, əsas dövrə nisbətən hesabat dövründə mal dövriyyəsinin ümumi həcmi üç istehlak cəmiyyəti üzrə birlikdə 15,7 % artmışdır.

Tipik məsələ № 4. Hesabat dövründə «A» bazarında 200 mln. manatlıq kartof və 300 manatlıq tərəvəz satılmışdır. Əgər əsas dövrə nisbətən hesabat dövründə kartofün qiyməti 30 % yüksəlmiş və tərəvəzin qiyməti isə 20 % azalmışsa, hər iki məhsul üzrə ümumi qiymət indeksi necə dəyişmişdir?

Bu məsələyə tələb olunan P_1q_1-in qiyməti və fərdi qiymət indeksinin qiyməti (ip) məlum olduğu üçün əvvəlcə

$$I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}$$

düsturunda çatışmayan ΣP_0q_1-in qiymətini müəyyən etmək lazımdır. Burada olan q_1 ifadəsi hesabat dövründə satılmış məhsulların miqdarını göstərməklə kəsrin surətində verilmişdir. Deməli, məlum olmayan ifadə P_0-dır. P_0-i isə fərdi qiymət indeksinin düsturundan ($i_p = \frac{p_1}{p_0}$: $p_0 = p_1 / i_p$) tapmaq olar: onu aqreqat qiymət indeksinin düsturunda ($I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}$) yerinə qoysaq, onda harmonik orta qiymət indeksinin düsturunu alarıq.

$$P_0 = \frac{П_1}{и_{П1}} = \frac{1}{и_{П1}} x П_1$$

Bu ifadəni ümumi qiymət indeksinin areqat indeksində yerinə yazsaq:

$$Y_P = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum Ï_1 ã_1}{\sum \frac{1}{è_i} Ï_1 ã_1}$$

$$Y_P = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{1}{i_p} p_1 q_1}$$

Bu ümumi qiymət indeksinin harmonik düsturudur. Məsələnin şərtində verilən ümumi qiymət indeksini də bu düstura əsasən hesablamaq olar:

$$Y_P = \frac{\sum p_1 q_1}{\frac{\sum p_1 q_1}{ip}} = \frac{200+300}{\frac{200}{1,3}+\frac{300}{0,8}} = \frac{500}{153,8+375,0} = \frac{500}{528,8} = 0,945 =$$

və ya 94,5 %

Deməli, hər iki məhsul üzrə qiymətlər 5,5 % aşağı düşmüşdür:

Tipik məsələ № 5. Şəhərin iki bazarı üzrə kartof satışı haqqında aşağıdakı məlumatlar verilmişdir:

Bazarlar	***Satılmış kartofun həcmi (kq)***		***Kartof satışının dəyəri (man.)***	
	əsas dövr	***Hesabat dövrü***	***əsas dövr***	***hesabat dövrü***
I	30	25	30	35
II	20	15	24	45

Bu məlumatlara əsasən:

1.Dəyişən tərkibli maya dəyəri indeksini;

2.Sabit tərkibli maya dəyəri indeksini;

3.Quruluş dəyişiklikləri maya dəyəri indeksini hesablayaq:

1) Dəyişən tərkibli maya dəyəri indeksi aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$Y_Z = \frac{\Sigma z_1 q_1}{\Sigma q_1} : \frac{\Sigma z_0 q_0}{\Sigma q_0} = \frac{35x25 + 45x15}{25+15} : \frac{30x30 + 24x20}{30+20} =$$

$$\frac{1550}{40} : \frac{1380}{50} = 38{,}75 : 27{,}6 = 1{,}40 \quad \text{və ya } 140\%$$

2) Sabit tərkibli maya dəyəri indeksi aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$Y_Z = \frac{\Sigma z_1 q_1}{\Sigma q_1} : \frac{\Sigma z_0 q_1}{\Sigma q_1} = \frac{35x25 + 45x15}{25+15} : \frac{30x25 + 24x15}{25+15} =$$

$$= \frac{1550}{40} : \frac{1110}{40} = 38{,}75 : 27{,}75 = 1{,}396 \text{ və ya } 139{,}6\ \%$$

3) Quruluş dəyişikliyi maya dəyəri indeksini hesablayaq:

$$Y_Z = \frac{\Sigma z_0 q_1}{\Sigma q_1} : \frac{\Sigma z_0 q_0}{\Sigma q_0} = \frac{30x25 + 24x15}{25+15} : \frac{30x30 + 24x20}{30+20} =$$

$$= \frac{1110}{40} : \frac{1380}{50} = 27{,}75 : \ 27{,}6 = 1{,}005 \text{ və ya } 100{,}5\ \%$$